



CÉA Champlain

**Fascicule
préparatoire
aux modules
MAT-4151 et MAT-4271**

1 octobre 2018

1.1 Résolution d'équations à une variable

En deuxième secondaire, vous avez appris à isoler une variable dans une équation.
Voici un rappel des principales étapes.

Exemple 1

Isolez x :

$$-2x + 1 + 4x = -2 + 3x - 3$$

$$-2x + 4x - 3x = -2 - 3 - 1$$

$$-x = -6$$

$$\frac{-1x}{-1} = \frac{-6}{-6}$$

$$x = 6$$

Exemple 2

$$-2x - 4 = \frac{x}{3} + 1$$

$$-2x - 4 = \frac{1}{3}x + 1$$

$$-2x - \frac{1}{3}x = 1 + 4$$

$$\frac{-7}{3}x = 5$$

$$\frac{\frac{-7}{3}x}{-7/3} = \frac{5}{-7/3}$$

$$x = \frac{-15}{7}$$

Si vous ne comprenez pas bien ces deux exemples, demandez de l'aide avant de poursuivre.

Exercice 1

Isolez x dans les équations suivantes :

a) $5 - x = 4x + 2$

f) $-5(-2x - 6) + 4 = -3x + 3$

b) $5x - 4 = 2x + 3 - 3x$

g) $58 + 99x - 4x = 2x$

c) $-(2x + 3) - 3x = -x + 1$

h) $0,3x + 4 = -3x + 0,2$

d) $-0,5x - 1 = 4 - x$

i) $-(2x - 1) + 2x - 5 = -x + 4$

e) $-x - 0,2x + 3,1 = 0,7x + 10,4$

j) $-(3 + x) - (2 - x) = 2x - 5$

1.2 Relation de dépendance entre les variables

En mathématiques, lorsqu'on a deux variables dans une équation, on dit que y est une fonction x.

Ainsi, x est une variable indépendante. Autrement dit, y dépend de x.

Exemple 1

$$y = 2x$$

Puisque y dépend de x, vous pouvez remplacer le x de cette équation par un nombre de votre choix, afin de calculer la valeur de y.

Par exemple, si vous décidez que

$$x = 0$$

Vous avez alors que

$$y = 2 (0)$$

$$y = 0$$

Autre exemple, si vous décidez que

$$x = -2$$

Vous avez alors que

$$y = 2 (-2)$$

$$y = -4$$

Exemple 2

$$y = 2x + 1$$

Si vous décidez que

$$x = -1$$

Vous avez alors que

$$y = 2 (-1) + 1$$

$$y = -2 + 1$$

$$y = -1$$

Autre exemple, si vous décidez que

$$x = 3$$

Vous avez alors que

$$y = 2(3) + 1$$

$$y = 6 + 1$$

$$y = 7$$

Ci-dessous, vos résultats de l'exemple 2 sont compilés dans un tableau :

x	y
-1	-1
3	7

Si vous ne comprenez pas bien l'exemple précédent, demandez de l'aide avant de poursuivre.

Exercice 2

Calculez la valeur de y si $x = 0$, si $x = 1$ et si $x = 2$. Inscrivez vos résultats dans le tableau suivant :

	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$
$y = 3x - 1$			
$y = \frac{-3}{2}x + \frac{2}{3}$			
$y = 0,6x - 0,2$			
$y = -x - 1$			
$y = 0,2(x - 5)$			

Exercice 3

Calculez la valeur de y si $x = -2$, si $x = -1$ et si $x = 0$. Inscrivez vos résultats dans le tableau suivant :

	$x = -2$	$x = -1$	$x = 0$
$y = 3x - 1$			
$y = \frac{-3x}{2} + \frac{2}{3}$			
$y = 0,6x - 0,2$			
$y = -(-x + 0,1)$			
$y = \frac{1}{2} \left(x + \frac{3}{4} \right)$			
$y = -x - 1$			
$y = -x + \frac{1}{2}$			
$y = 0,4x - 0,3$			
$y = 2(-x + 4)$			

1.3 Résolution d'équations à deux variables

Vous allez maintenant exprimer y en fonction de x . Autrement dit, vous allez isoler y dans une équation algébrique.

Exemple 1

$$\begin{aligned} 2x + 2y &= 5 - x + y \\ 2y - y &= -x - 2x + 5 \\ y &= -3x + 5 \end{aligned}$$

Exemple 2

$$\begin{aligned} 10 - 4y + 3x &= 0 \\ -4y &= 0 - 3x - 10 \\ \frac{-4y}{-4} &= \frac{-3x - 10}{-4} \\ y &= \frac{3x}{4} + \frac{10}{4} \end{aligned}$$

Exemple 3

$$\begin{aligned} 6,1 &= 0,2x + 0,5y \\ -0,5y &= 0,2x - 6,1 \\ \frac{-0,5y}{-0,5} &= \frac{0,2x - 6,1}{-0,5} \\ y &= -0,4x + 12,2 \end{aligned}$$

Exercice 4

Exprimez y en fonction de x dans les équations suivantes (isolez y) :

a) $4x - y = 4x + 2y + 10$

f) $-0,5(-2y - 5) + 2x = -4y + 2,5$

b) $5y - 4 + 2x = 3x + 1$

g) $58 + 99y - 1,25 = 2y$

c) $-(2x + 5) - 2x = -y + 4$

h) $-(3 + y) - (4 - y) = 2x - 1 - y$

d) $-0,4y - 1 = 3x + 4$

i) $3y - 5,2 = 2,1 - 1,4x$

e) $-y - 0,3x + 2,3 = 0,6y + 11,2$

j) $-3(20 - 8x) - 2 = -(2 - y)$

1.4 Résolution d'inéquations

On peut exprimer y en fonction de x dans une inéquation ($\leq, \geq, >, <$).

Exemple 1

$$1 - x + y \leq 3 - 2(x + y)$$

$$1 - x + y \leq 3 - 2x - 2y$$

$$y + 2y \leq -2x + x + 3 - 1$$

$$3y \leq -x + 2$$

$$\frac{3y}{3} \leq \frac{-x+2}{3}$$

$$y \leq \frac{-1x}{3} + \frac{2}{3}$$

Important : Si le coefficient de y est négatif, vous devez inverser le symbole de l'inéquation lors de la division.

Exemple 2

$$-4y - 4x \geq 0$$

$$-4y \geq 4x$$

$$\frac{-4y}{-4} \geq \frac{4x}{-4}$$

$$y \leq -x$$

Exemple 3

$$2(x - y) \geq -(x + y) + 1$$

$$2x - 2y \geq -x - y + 1$$

$$-2y + y \geq -x - 2x + 1$$

$$-y \geq -3x + 1$$

$$\frac{-y}{-1} \geq \frac{-3x+1}{-1}$$

$$y \leq 3x - 1$$

Division par un chiffre négatif

Inversez le symbole de l'inéquation !

Exercice 5

Exprimez y en fonction de x dans les inéquations suivantes (isolez y) :

a) $x - y \leq 2x + 3y - 2$

f) $-(x - 2) + y - 1 \geq -y + 3$

b) $-(3x + 1) + 2x \geq -2y + 5$

g) $-2(10 - 4x) - 1 \geq -(1 - y)$

c) $-0,2y - 3 \leq 1 - 2x$

h) $42 + 97y - 1,2x \leq 3y$

d) $0,4x + 2 \leq -y + 0,3$

i) $-0,2(2y - 1) + 2 \geq -2,5x - 1,23$

e) $-(1 + y) - (2 - y) \geq 3x - 4$

j) $6,3y - 1,2 \leq 4,3 - 1,5x$

2. Fonction affine

Une équation représentée par une droite ne passant pas par l'origine est une fonction affine. La forme canonique d'une fonction affine est :

$$y = ax + b$$

où a : taux de variation
 b : ordonnée à l'origine

Exemple

Si $a = -1$ et $b = 1$, la fonction suivante exprime y en fonction de x :

$$y = -x + 1$$

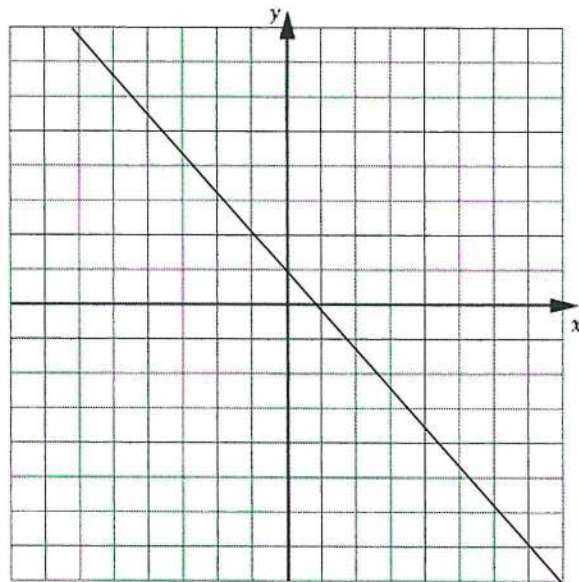
Calculons quatre résultats possibles de cette équation :

Si $x = 1$ Alors $y = - (1) + 1$ $y = -1 + 1$ $y = 0$	Si $x = 0$ Alors $y = - (0) + 1$ $y = 0 + 1$ $y = 1$
Si $x = -1$ Alors $y = - (-1) + 1$ $y = 1 + 1$ $y = 2$	Si $x = -2$ Alors $y = - (-2) + 1$ $y = 2 + 1$ $y = 3$

Vos quatre résultats sont compilés dans la table des valeurs ci-dessous :

x	y
1	0
0	1
-1	2
-2	3

Graphiquement, ceci correspond à cette droite :



Si vous ne comprenez pas bien l'exemple précédent, demandez de l'aide avant de poursuivre.

Exercice 6

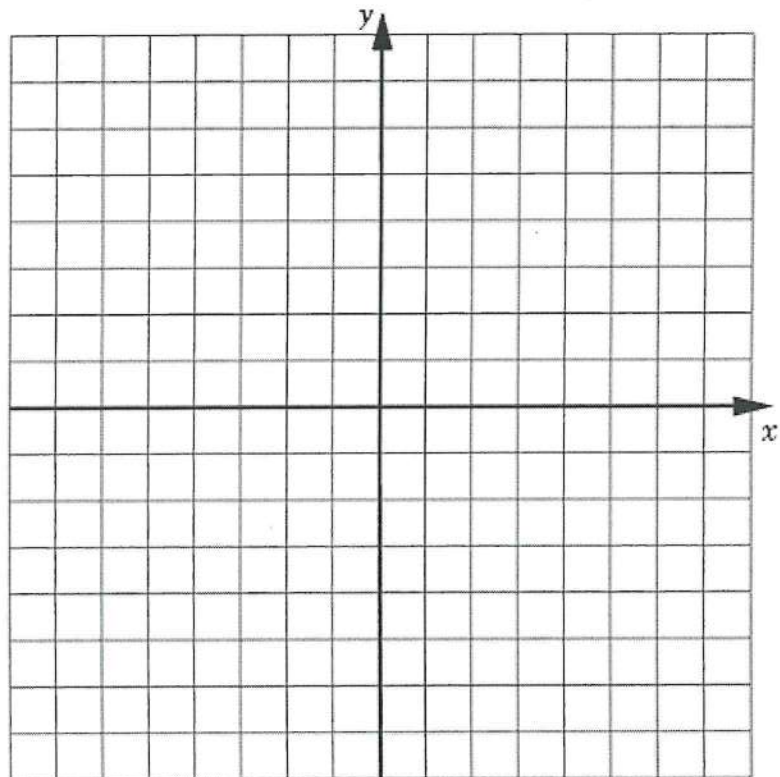
- a) Combien faut-il de points pour tracer une droite ? _____
- b) Combien y a-t-il de points sur une droite ? _____

2.1 Nuage de points

Exercice 7

Placez les points (x , y) dans le plan cartésien suivant :

x	y
-6	-3
0	5
1	-4
-5	-1
3	4
-1	-4
2	0
0	1
-2	-2



Exercice 8 :

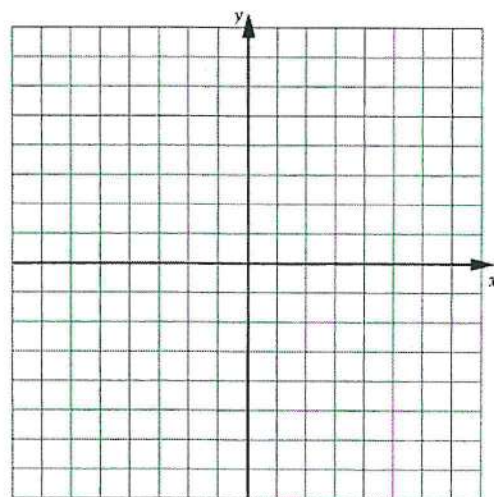
- 1) Exprimez y en fonction de x
- 2) Construisez une table des valeurs (choisissez x précautionneusement)
- 3) Déterminez les paramètres a et b
- 4) Tracez la droite

a) $-y = 2x + 1$

x	y

$a =$

$b =$

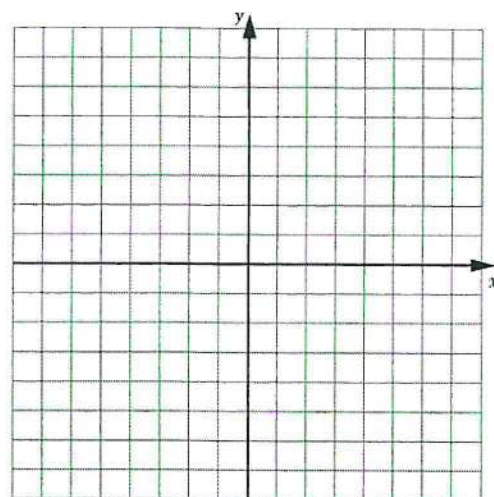


b) $-x = 2(y - 2)$

x	y

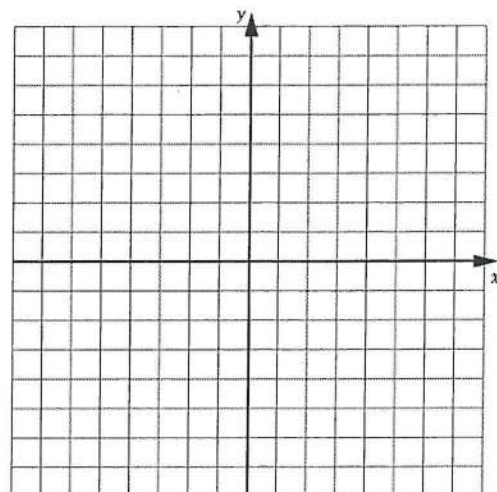
$a =$

$b =$



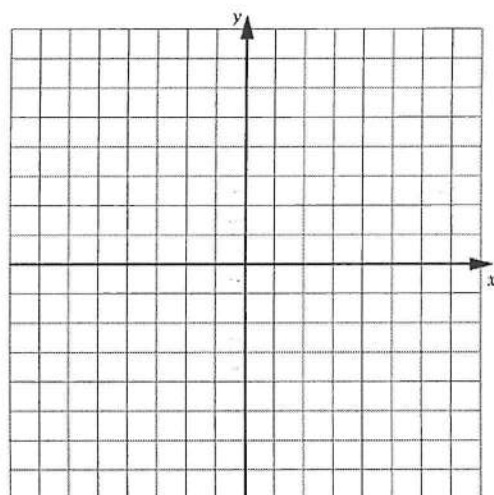
c) $2x - y = -3 + (x + 1)$

x	y

 $a =$ $b =$ 

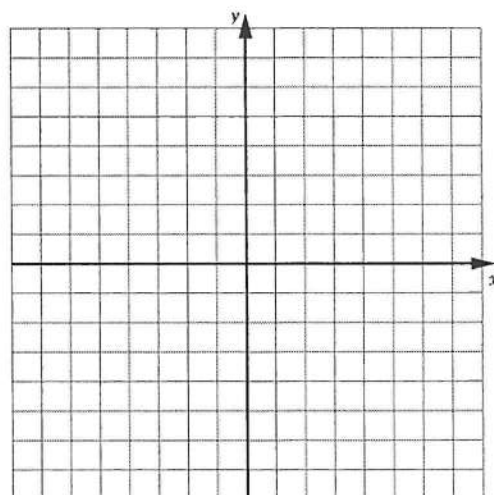
d) $\frac{2}{3}y + x = \frac{1}{2}(3 - x)$

x	y

 $a =$ $b =$ 

e) $y = 0,5(x - 2)$

x	y

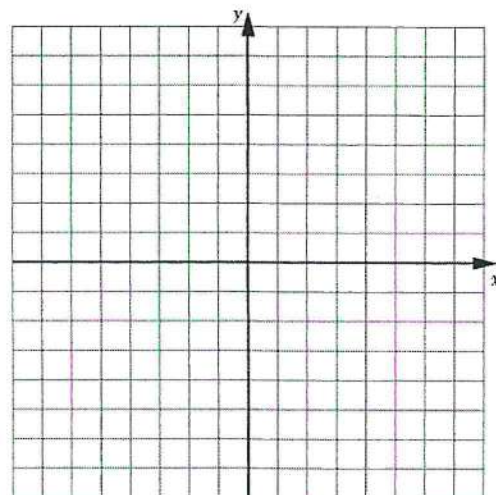
 $a =$ $b =$ 

f) $-5,1x = 0,2(y - 3,1)$

x	y

a =

b =

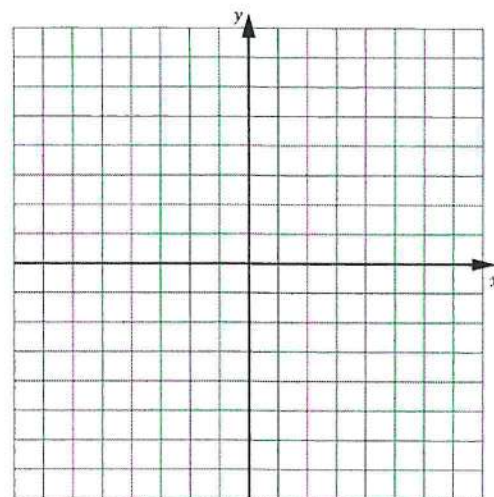


g) $0,5x - y - 2 = 0$

x	y

a =

b =

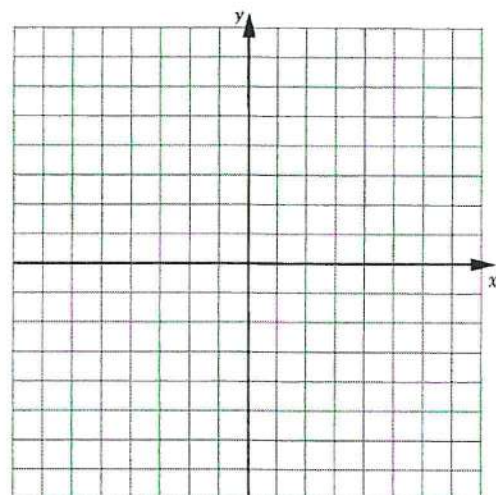


h) $-x = 2(y - 2)$

x	y

a =

b =



2.2 Droite passant par l'origine (fonction linéaire)

Une droite qui passe par l'origine, c'est-à-dire la coordonnée (0,0), est une droite dont le paramètre $b = 0$. L'équation générale devient alors :

$$y = ax$$

où a : taux de variation

Exemple

Si $a = -1$ et $b = 0$, la fonction suivante exprime y en fonction de x :

$$y = -x$$

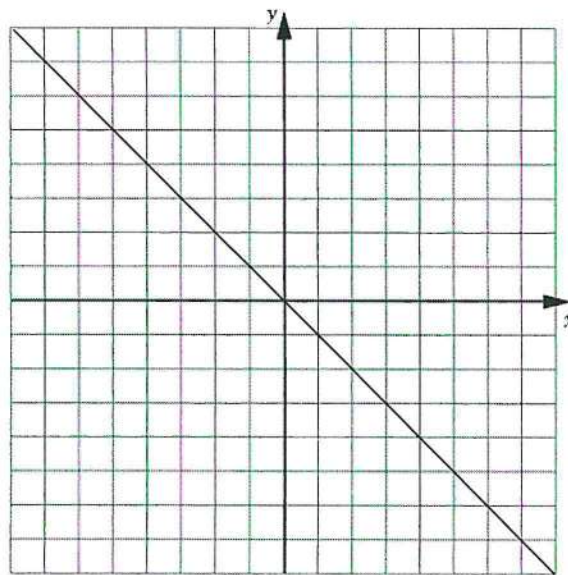
Calculons quatre résultats possibles de cette équation :

Si $x = 1$ Alors $y = - (1)$ $y = -1$ $y = -1$	Si $x = 0$ Alors $y = - (0)$ $y = 0$ $y = 0$
Si $x = -1$ Alors $y = - (-1)$ $y = 1$ $y = 1$	Si $x = -2$ Alors $y = - (-2)$ $y = 2$ $y = 2$

Vos quatre résultats sont compilés dans la table des valeurs ci-dessous :

x	y
1	-1
0	0
-1	1
-2	2

Graphiquement, ceci correspond à cette droite :



Exercice 9

- a) Quelle est la coordonnée (x,y) de l'origine du plan cartésien ? _____
- b) Une droite passe par l'origine. Quelle est la valeur du paramètre b ? _____

Exercice 10

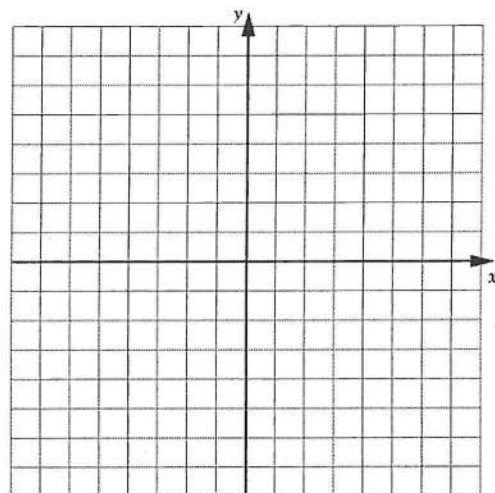
- 1) Exprimez y en fonction de x
- 2) Construisez une table des valeurs (choisissez x précautionneusement)
- 3) Déterminez les paramètres a et b
- 4) Tracez la droite

a) $-y = -x$

x	y

$a =$

$b =$

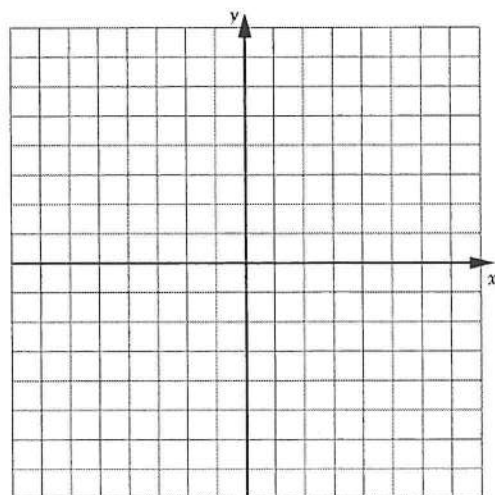


b) $-x - 4 = 2(y - 2)$

x	y

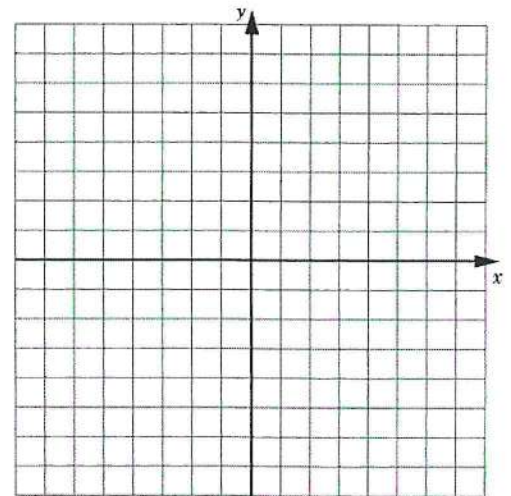
$a =$

$b =$



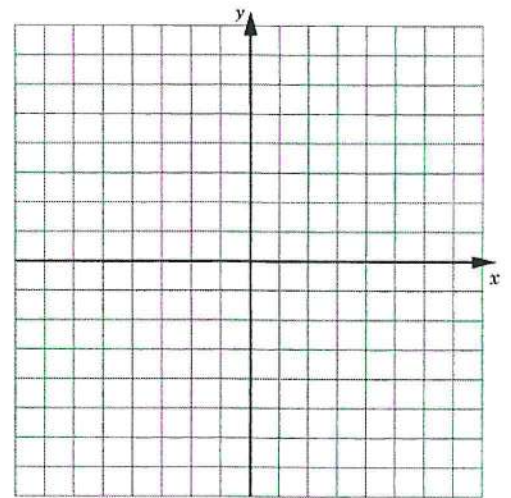
c) $x + y = 0$

x	y

 $a =$ $b =$ 

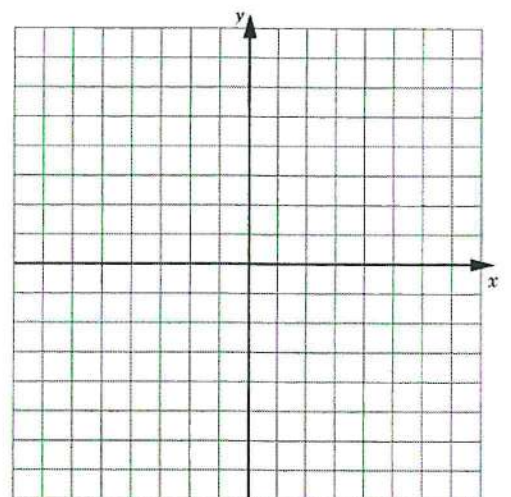
d) $y - 1 = 0,5(x - 2)$

x	y

 $a =$ $b =$ 

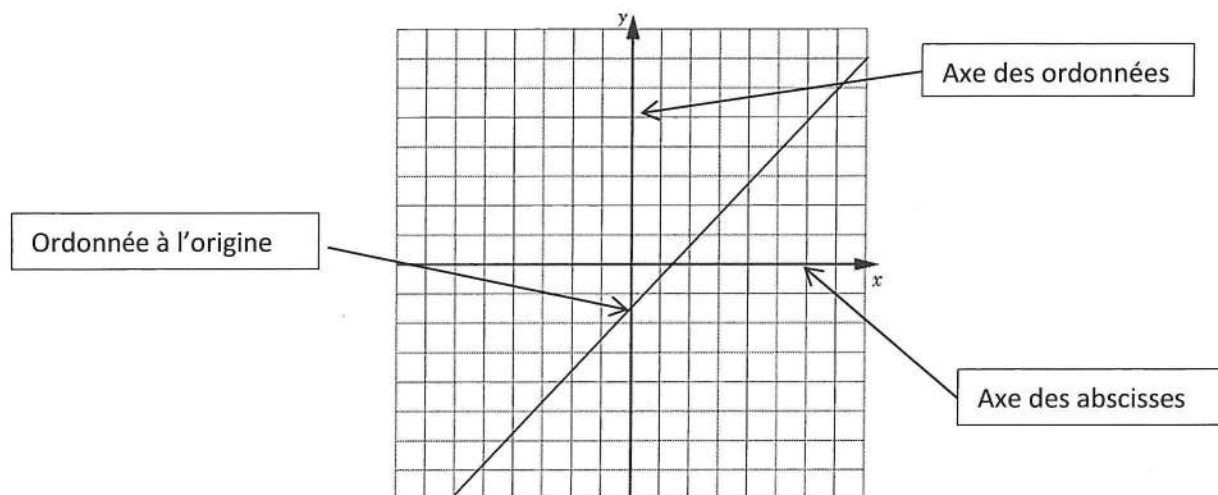
e) $4x - 2 = y - 2$

x	y

 $a =$ $b =$ 

2.3 Pente et ordonnée à l'origine

L'axe des y se nomme ORDONNÉE ; l'axe des x se nomme ABSCISSE.



L'équation générale d'une droite est

$$y = ax + b$$

où a : pente

b : ordonnée à l'origine

ORDONNÉE À L'ORIGINE ou VALEUR INITIALE est le nom du paramètre b . C'est la valeur de y lorsque $x = 0$. Autrement dit, c'est la valeur de y à l'endroit où la droite croise l'axe des y (c'est-à-dire l'ordonnée).

PENTE ou TAUX DE VARIATION est le nom du paramètre a .

Exercice 11

La droite $y = x - 2$ est représentée graphiquement ci-dessus.

- Quelle est la valeur de la pente de cette droite ? _____
- Quelle est la valeur de l'ordonnée à l'origine ? _____

Exercice 12

- Quel est le nom de l'axe des x ? _____
- Quel est le nom de l'axe des y ? _____

Exercice 13

Dans l'équation générale d'une droite $y = ax + b$

- a) Quel est le nom du paramètre a ? _____
- b) Quel est le nom du paramètre b ? _____
- c) Quelle est la valeur de y lorsque $x = 0$? _____

2.4 Droite horizontale

La forme générale d'une droite horizontale est :

$y = \text{une constante}$

Une constante est un nombre (il n'y a pas de x).

Exemple 1

$$y = 2$$

C'est-à-dire que y est une constante égale à 2.

Exemple 2

Tracez la droite de l'équation suivante :

$$-2y - 1 = 8 + y$$

- (1) On remarque qu'il n'y a pas de x . Puisque cette fonction ne dépend pas de x , on sait que $y = \text{une constante}$.
- (2) On isole y :

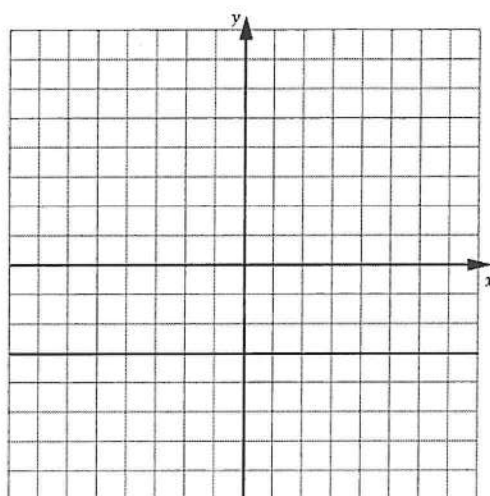
$$-2y - y = 8 + 1$$

$$-3y = 9$$

$$y = -3$$

- (3) On construit une table des valeurs, sachant que $y = -3$, peu importe (indépendamment de) la valeur de x , puis on trace la droite.

x	y
-1	-3
0	-3
1	-3



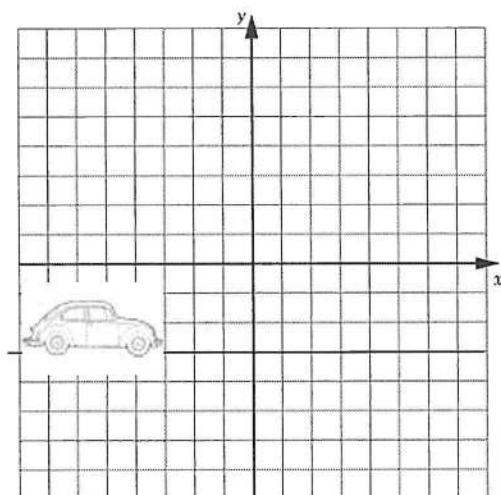
Dans l'exemple précédent,

$y = \text{une constante}$

On remarque qu'il s'agit d'une droite horizontale.

La pente d'une droite horizontale est NULLE.

Pour s'en souvenir, imaginez une voiture se déplaçant sur une droite (la voiture n'a pas de difficulté à avancer, car la pente est nulle).



Si la pente est nulle, c'est dire que $a = 0$

Exercice 14

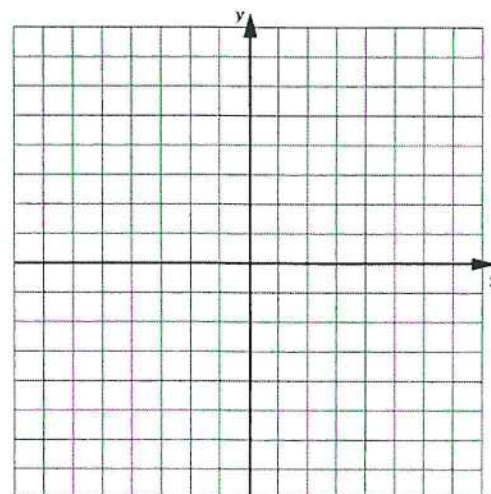
- 1) Isolez y
- 2) Construisez une table des valeurs
- 3) Déterminez le paramètre a et b
- 4) Tracez la droite

a) $-y = -4$

x	y

$a =$

$b =$

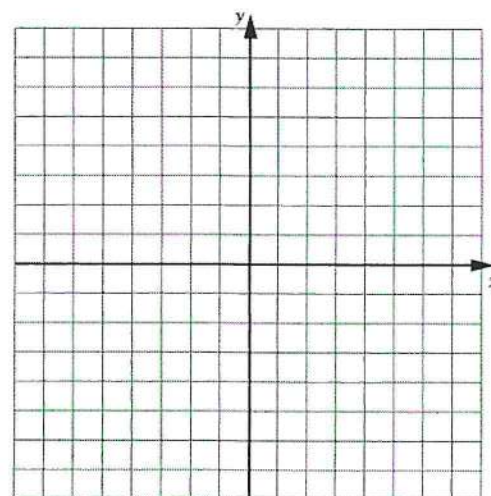


b) $-(y + 1) = 2(y - 1)$

x	y

$a =$

$b =$

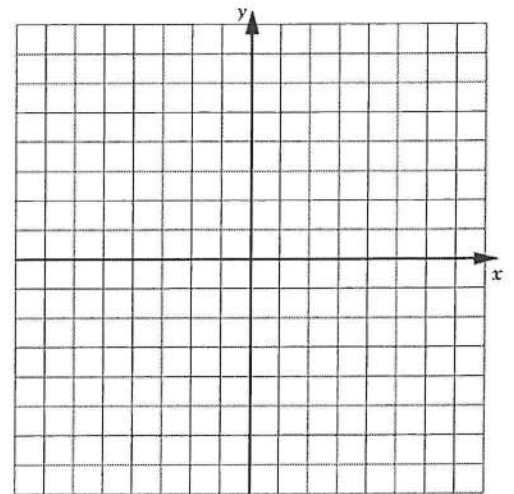


c) $2(-1+y)=0$

x	y

$a =$

$b =$

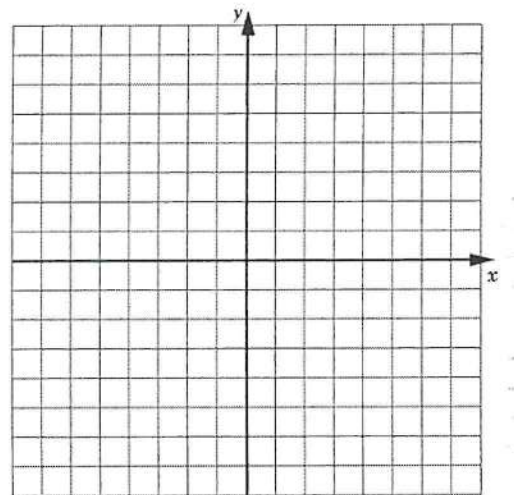


d) $0,5y - 6 = 0,5(y - 2)$

x	y

$a =$

$b =$

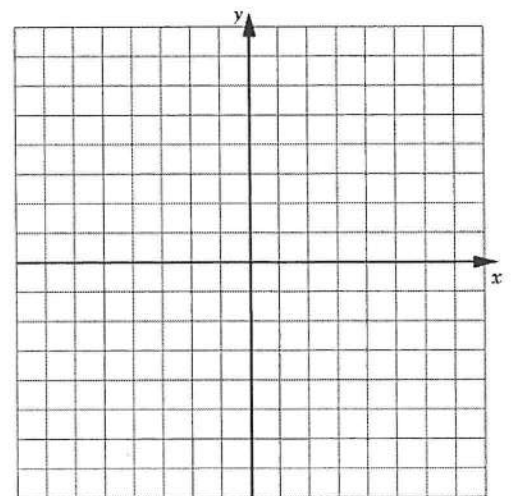


e) $0 = 0,5(y - 2)$

x	y

$a =$

$b =$



2.5 Droite verticale

La forme générale d'une droite verticale est :

$$x = \text{une constante}$$

Une constante est un nombre (il n'y a pas de y).

Exemple 1

$$x = 6$$

C'est-à-dire que x est une constante égale à 6.

Exemple 2

Tracez la droite de l'équation suivante :

$$-2x - 1 = 8 + x$$

- (1) On remarque qu'il n'y a pas de y . Puisque cette fonction ne dépend pas de y , on sait que $x = \text{une constante}$.
- (2) On isole x :

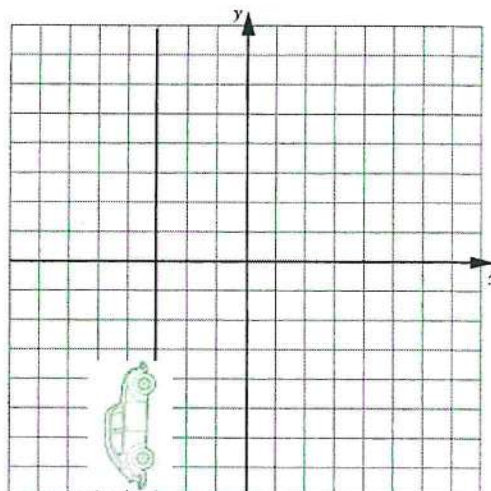
$$-2x - x = 8 + 1$$

$$-3x = -9$$

$$x = -3$$

- (3) On construit une table des valeurs, sachant que $x = -3$, peu importe (indépendamment de) la valeur de y , puis on trace la droite.

x	y
-3	-1
-3	0
-3	1



Dans l'exemple précédent,

$x = \text{une constante}$

On remarque qu'il s'agit d'une droite verticale.

La pente d'une droite verticale est non définie.

Pour vous en souvenir, imaginez une voiture se déplaçant sur la droite (il est impossible d'avancer pour la voiture, car la pente est non définie).

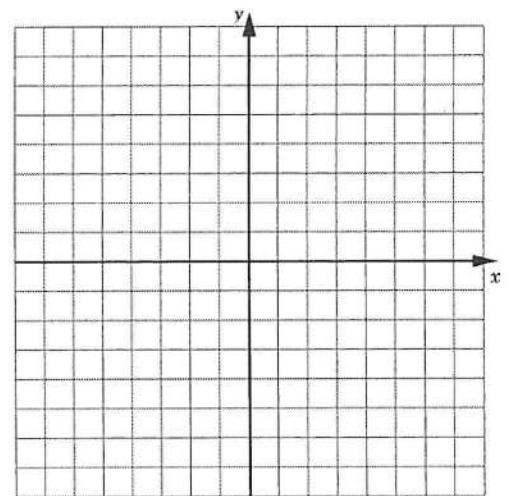
Exercice 15

- (1) Isolez x
- (2) Construisez une table des valeurs
- (3) Déterminez le paramètre a
- (4) Tracez la droite

a) $-x = -2$

x	y

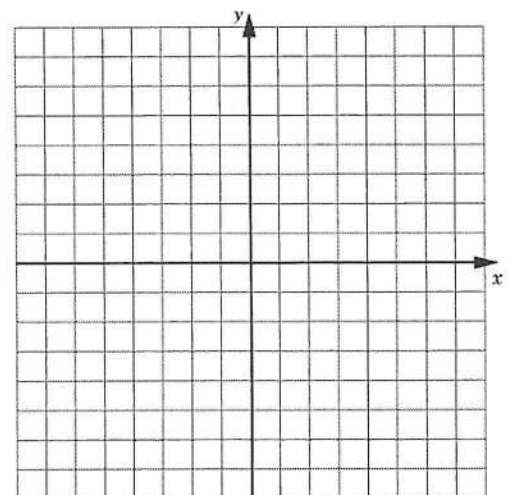
$a =$



b) $-(3x + 2) = -(x - 2)$

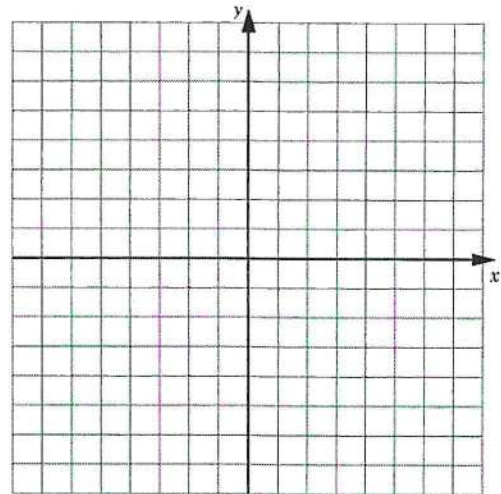
x	y

$a =$



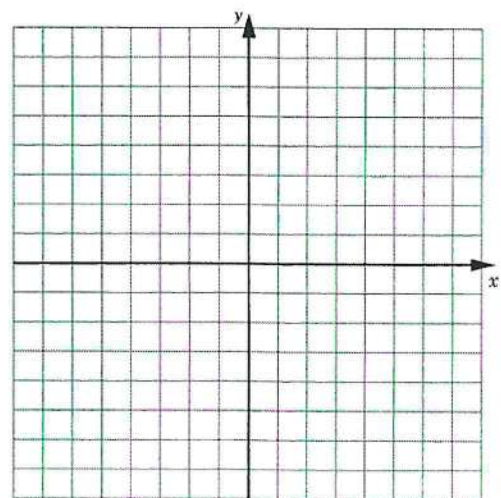
c) $0,5x - 3 = 0$

x	y

 $a =$ 

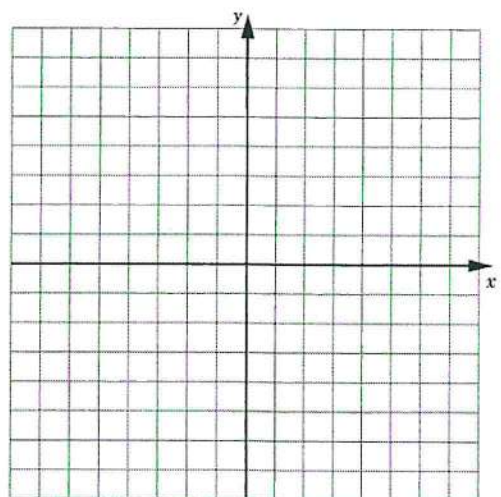
d) $x - 4 = 3(x + 2)$

x	y

 $a =$ 

e) $3x = 0$

x	y

 $a =$ 

3. Règle de correspondance

3.1 Recherche du taux de variation

Il peut être nécessaire de connaître le taux de variation (la pente) d'une droite (fonction affine). On peut calculer la pente d'une droite (le paramètre a) lorsque l'on connaît au moins deux couples (x, y) , grâce à la formule suivante :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Exemple 1

Soit deux points situés sur une droite représentée ci-dessous.

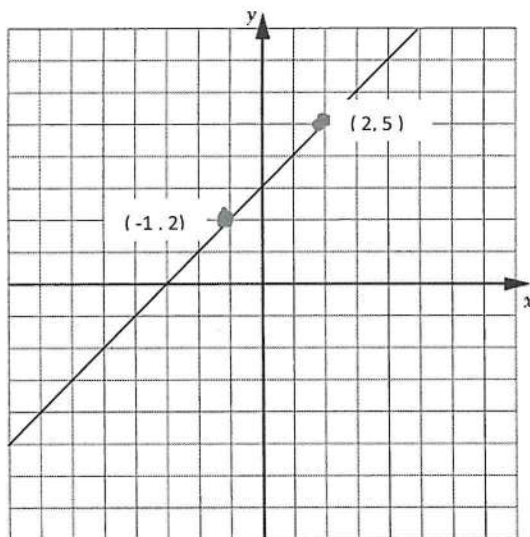
Quel est le taux de variation (la pente) ?

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{5 - 2}{2 - (-1)}$$

$$a = \frac{3}{3}$$

$$a = 1$$



Exercice 16

Calculez le taux de variation (paramètre a) à partir des deux couples (x, y) :

a) $(1,3)$ et $(-1, 4)$

g) $(-1, 0)$ et $(-1; 0,4)$

b) $(0,1; 3,2)$ et $(-1, 4)$

h) $(0,2; 3,1)$ et $(-2, 3)$

c) $(0, -5)$ et $(-2, -2)$

i) $(6, -5)$ et $(-1, -2)$

d) $(-5, 4)$ et $(-2, 4)$

j) $(6, -4)$ et $(5, 0)$

e) $(0,4; 2,7)$ et $(-0,2, -0,75)$

k) $(\frac{-1}{5}, \frac{2}{3})$ et $(\frac{-1}{4}, \frac{-3}{2})$

f) $(0, -5)$ et $(0, 0)$

l) $(-5, 5)$ et $(5, 2)$

3.2 Fonction affine à partir de la pente et d'un couple

Lorsque l'on connaît le taux de variation et un couple (x, y) , il est possible de déterminer l'équation de la droite (la règle de la fonction affine).

Exemple 1

Quelle est l'équation de la droite ayant une pente $a = \frac{-2}{3}$ et passant par le point $(-3, 4)$?

- (1) On remplace la pente et le couple (x, y) dans l'équation générale d'une droite, puis on isole b :

$$y = ax + b$$

$$4 = \frac{-2}{3}(-3) + b$$

$$4 = 2 + b$$

$$4 - 2 = b$$

$$2 = b$$

- (2) On remplace a et b dans l'équation générale :

$$y = \frac{-2}{3}x + 2$$

Exercice 17

Déterminez l'équation de la droite à partir de la pente a et du couple (x, y) :

a) $a = -3$ et $(-1, 1)$

b) $a = 0,1$ et $(0,5; 4)$

c) $a = -1,3$ et $(-2,1; 1,3)$

d) $a = \frac{2}{3}$ et $(\frac{1}{6}, \frac{-3}{5})$

e) $a = 0$ et $(-2, -2)$

f) $a = \frac{-1}{2}$ et $(\frac{-1}{3}, \frac{3}{4})$

g) $a = 5$ et $(2, 5)$

h) $a = -3$ et $(4, 5)$

3.3 Fonction affine à partir de deux couples

Lorsque l'on ne connaît pas le taux de variation, il est possible de déterminer l'équation d'une droite (la règle d'une fonction affine) à partir de deux couples (x, y) .

Exemple 1

Quelle est l'équation de la droite passant par les points $(6, 4)$ et $(3, 2)$?

(1) On calcule d'abord le taux de variation :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 4}{3 - 6} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

(2) On remplace la pente et un des couples (x, y) dans l'équation générale d'une droite, puis on isole b :

$$y = ax + b$$

$$4 = \frac{2}{3} (6) + b$$

$$4 = 4 + b$$

$$4 - 4 = b$$

$$0 = b$$

(3) On remplace a et b dans l'équation générale :

$$y = \frac{2}{3}x + 0$$

$$y = \frac{2}{3}x$$

Exemple 2

Quelle est l'équation de la droite passant par les points (1, 2) et (0, 3) ?

(1) On calcule d'abord le taux de variation :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 2}{0 - 1} = \frac{1}{-1} = -1$$

(2) On remplace la pente et un des couples (x, y) dans l'équation générale d'une droite, puis on isole b :

$$\begin{aligned} y &= ax + b \\ 3 &= -1 (0) + b \\ 3 &= 0 + b \\ 3 &= b \end{aligned}$$

(3) On remplace a et b dans l'équation générale :

$$\begin{aligned} y &= -1x + 3 \\ y &= -x + 3 \end{aligned}$$

À vous de jouer maintenant !

Exercice 18

Déterminez l'équation de la droite à partir des deux couples (x, y) suivants :

a) (0, 3) et (-1, 1)

b) (0,1 ; 3,2) et (-1, 4)

c) $(0, -5)$ et $(-2, -2)$

d) $(3, 5)$ et $(-1, 4)$

e) $(-1, 0)$ et $(-1; 0,4)$

f) $(-0,2 ; 3,1)$ et $(-2, 3)$

g) $(6, -5)$ et $(-1, -2)$

h) $(0,6 ; -2,5)$ et $(-1,4; 4)$

4 . Résolution de systèmes d'équations

4.1 À partir d'une table des valeurs

Lorsque l'on a deux droites, il est possible de trouver un point d'intersection à partir d'une table des valeurs.

Exemple 1

Voici l'équation d'une droite et une table des valeurs associée :

$$y = x + 1$$

x	y
-1	0
0	1
1	2

Voici l'équation d'une autre droite et une table des valeurs associée :

$$y = -x + 3$$

x	y
-1	4
0	3
1	2

(1, 2)

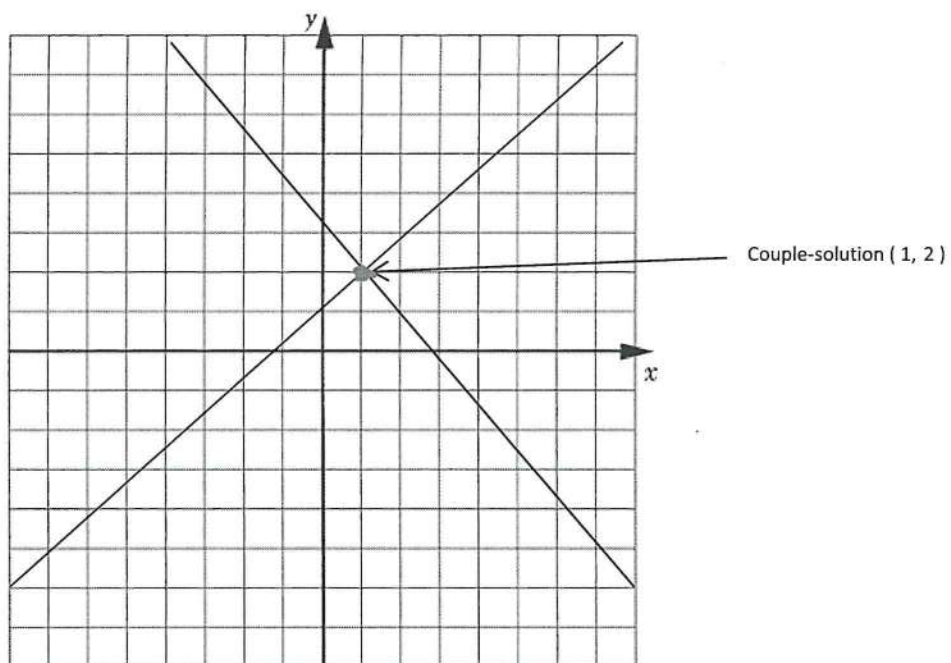
Or, bien qu'il s'agisse de deux droites différentes, il y a un couple identique : c'est le couple-solution (le point d'intersection de deux droites).

4.2 Graphiquement

Lorsque l'on trace deux droites, il est possible de trouver un point d'intersection à partir d'un graphique.

Exemple 1

Les droites et le couple-solution de l'exemple précédent sont représentés graphiquement ci-dessous :

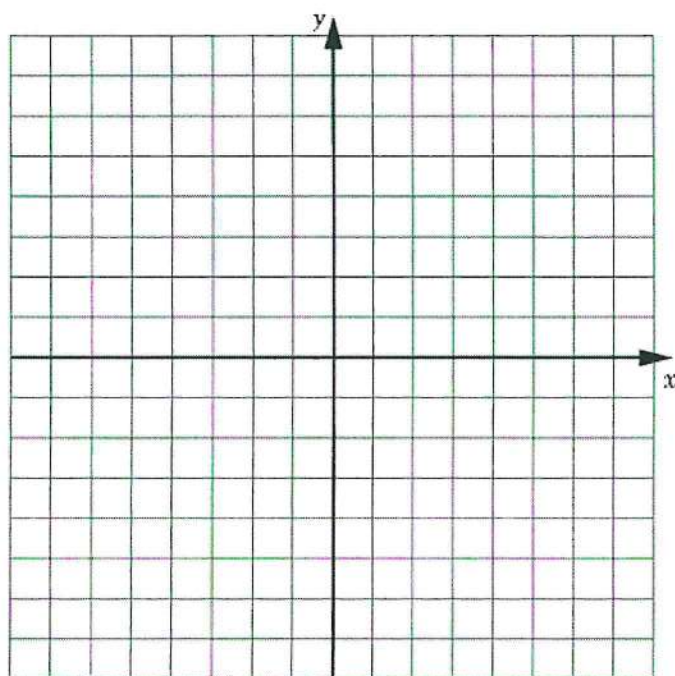


Autrement dit, la résolution graphique d'un système d'équations consiste à tracer deux droites afin de déterminer un point d'intersection (couple-solution).

Exercice 19

Déterminez graphiquement la solution du système d'équations suivant :

a) $-y = 2x - 3$ et $y - 3 = 2(x - 2)$

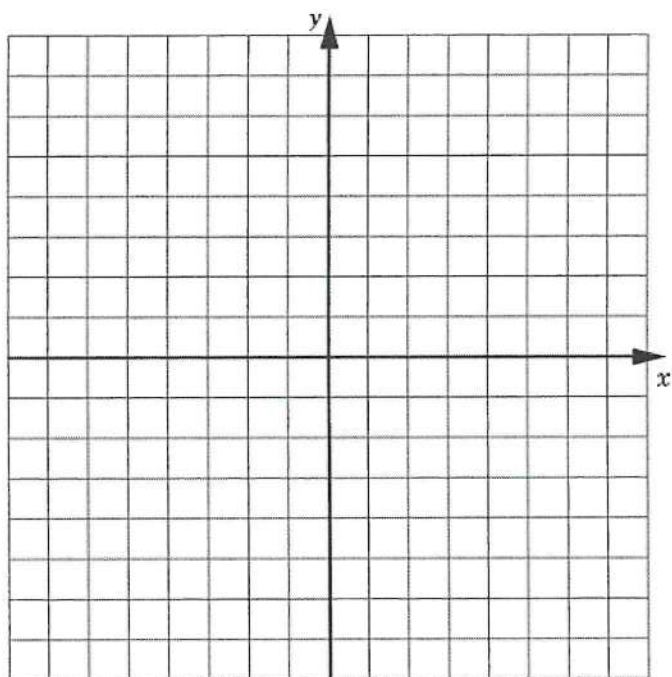


x	y

x	y

Réponse :

b) $3(-x + 3) = 3y + 12$ et $y - (2 - x) = 2(x - 2)$

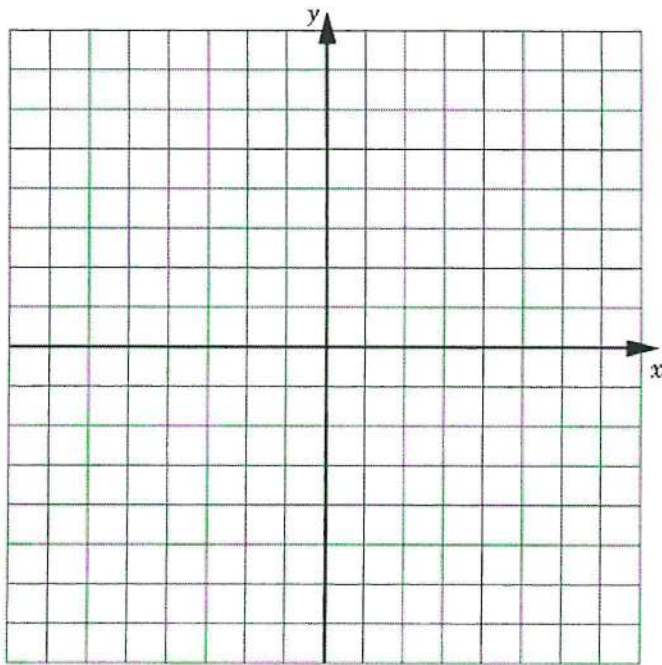


x	y

x	y

Réponse :

c) $-y = -5$ et $-(y+1) = 2(x-2)$

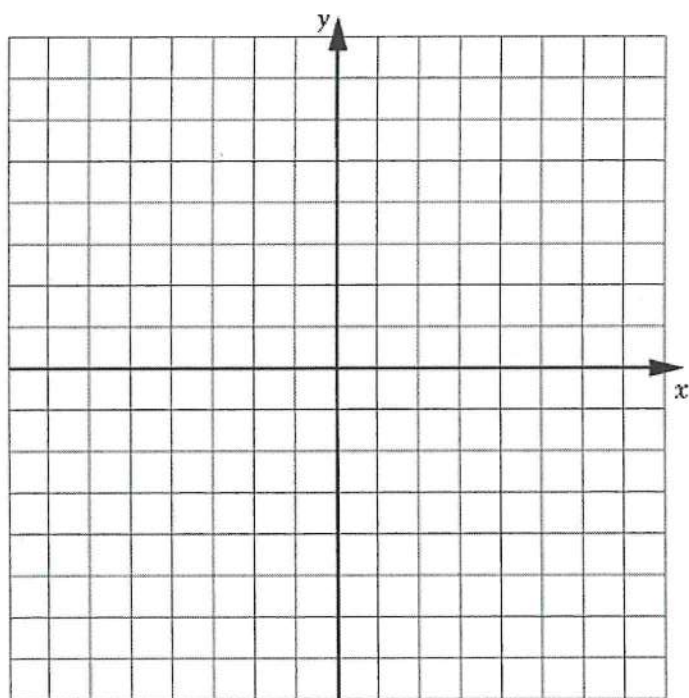


x	y

x	y

Réponse :

d) $x + 3 = y - x$ et $-(x + 1) = -(y - 1)$



x	y

x	y

Réponse :

4.3 Algébriquement (méthode de comparaison)

Lorsque l'on a l'équation de deux droites, il est possible de trouver un couple-solution, algébriquement, par la méthode de comparaison. C'est-à-dire qu'on peut résoudre le système d'équations sans faire de graphique. On calcule ainsi le seul couple (x, y) valide pour les deux équations.

Exemple 1

Voici l'équation d'une droite :

$$y = x + 1$$

Voici l'équation d'une autre droite :

$$y = -x + 3$$

Puisque y est isolé dans chacune des deux équations, on peut comparer ces deux définitions de y :

$$x + 1 = -x + 3$$

Si vous ne comprenez pas pourquoi la relation écrite ci-dessus est vraie (la comparaison), demandez une explication avant de poursuivre.

La comparaison des définitions de y , ci-dessus, nous permet de déterminer x :

$$x + x = 3 - 1$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

Il ne reste plus qu'à remplacer x dans chaque équation afin de déterminer y . Nous savons que $x = 1$ pour les deux équations.

$$\text{Équation 1} \quad y = x + 1 \quad y = 1 + 1 \quad y = 2$$

$$\text{Équation 2} \quad y = -x + 3 \quad y = -1 + 3 \quad y = 2$$

Le couple solution est donc $(1, 2)$.

Exemple 2

Résolvez le système d'équations suivant (déterminez le couple-solution) :

$$y = 5x - 1 \quad \text{et} \quad y = -x + 1$$

(1) Puisque y est isolé dans chaque équation, on peut les comparer.

$$5x - 1 = -x + 1$$

(2) On détermine x :

$$5x + x = 1 + 1$$

$$6x = 2$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{2}{6}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

(3) On remplace $x = \frac{1}{3}$ dans chacune des équations

La première équation donne :

$$y = 5\left(\frac{1}{3}\right) - 1 = \frac{2}{3}$$

La deuxième équation donne :

$$y = -\left(\frac{1}{3}\right) + 1 = \frac{2}{3}$$

Le couple-solution est donc $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

Exercice 20 :

Résolvez les systèmes d'équations suivants :

a) $y = 0,5x - 4$
 $y = 0,2x + 5$

b) $y = 0,2x + 0,4$
 $y = 0,24x + 0,5$

c) $3x + 2y = -4$
 $6y = x - 22$

d) $0,60y - x = 8,5$
 $2x - y = -15$

$$\begin{aligned} \text{e) } y &= 2x - 1 \\ -2x + y &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } y &= 2x + 1 \\ -2x + 3y &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } 2x + 5 &= y \\ x + 2y &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } x &= 2y \\ 2x - y &= 2 \end{aligned}$$

5. Propriétés d'une fonction

Dans cette section nous étudierons les propriétés suivantes des fonctions :

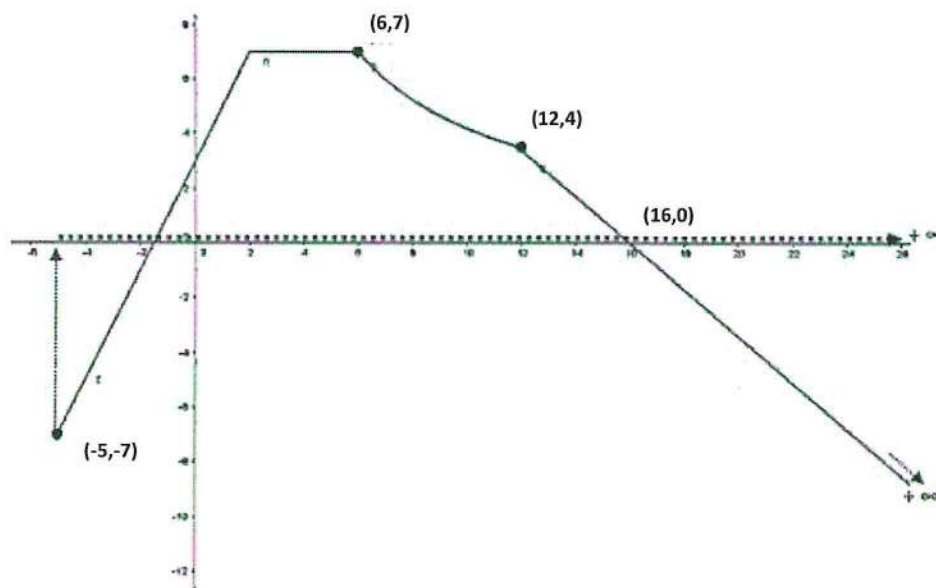
- Le domaine et le codomaine (l'image)
- Les coordonnées à l'origine
- Le signe
- La croissance ou la décroissance
- Les extrémums (minimum et maximum)

5.1 Domaine, codomaine

Le **domaine d'une fonction f** , que l'on note **dom f** , correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre sa variable indépendante, généralement x . De même, le **codomaine d'une fonction f** , que l'on note **codom f** , (aussi appelé image) est l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable dépendante, généralement y .

Exemple 1

Déterminez le domaine et le codomaine de la fonction f représentée ci-dessous :



On obtient le domaine de la fonction f en notant l'intervalle observé sur l'axe des x . Dans cet exemple les valeurs de x se situent entre -5 et l'infini

On notera $\text{dom } f = [-5, \infty[$

On obtient le codomaine de la fonction f en notant l'intervalle observé sur l'axe des y . Dans cet exemple les valeurs de y se situent entre $-\infty$ et 7 .

On notera $\text{codom } f =]-\infty, 7]$

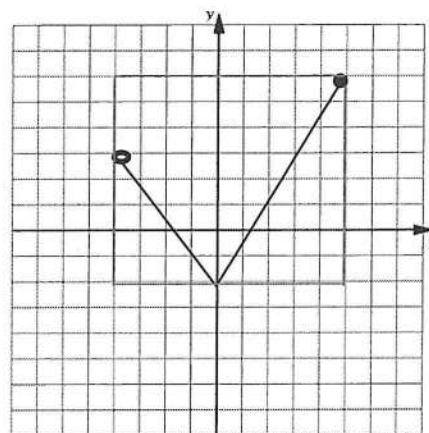
Exemple 2

Déterminez le domaine et le codomaine de la fonction g représentée.

On obtient le domaine de la fonction g en notant l'intervalle observé sur l'axe des x . Dans cet exemple les valeurs de x se situent entre -4 et 5.

On notera $\text{dom } g =]-4, 5]$

*Puisque le point $(-4, 3)$ est blanc le crochet est ouvert à -4 mais fermé pour 5 car le point $(5, 6)$ est noir.



On obtient le codomaine de la fonction g en notant l'intervalle observé sur l'axe des y . Dans cet exemple les valeurs de y se situent entre -2 et 6.

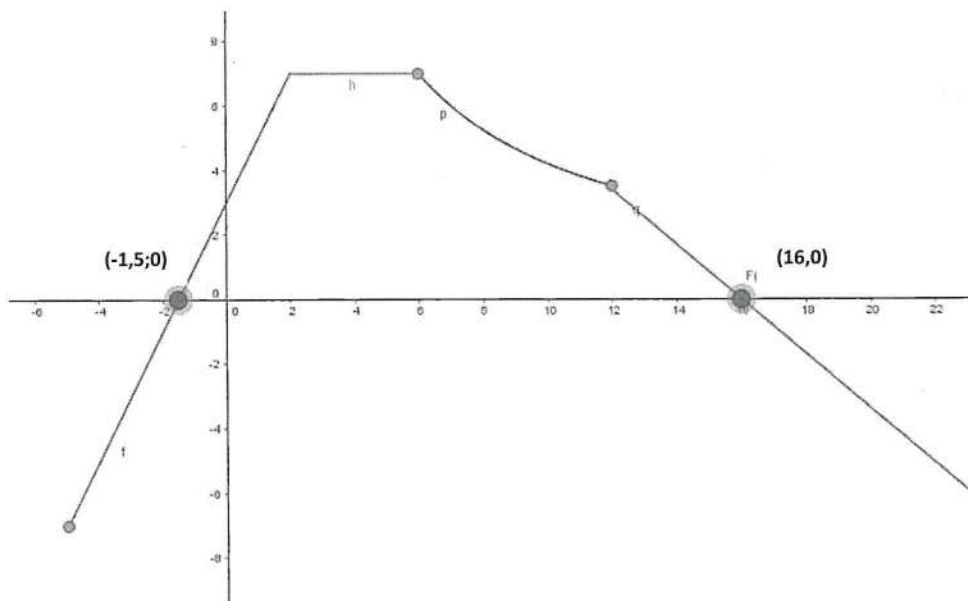
On notera $\text{codom } g = [-2, 6]$

5.2 Abscisse à l'origine

C'est la valeur que prend x quand $y = 0$, c'est la valeur de x quand la représentation graphique coupe l'axe des abscisses. Il peut y avoir plusieurs abscisses à l'origine.

Dans l'exemple :

Il y en a deux, les points E et F, donc -1,5 et 16.



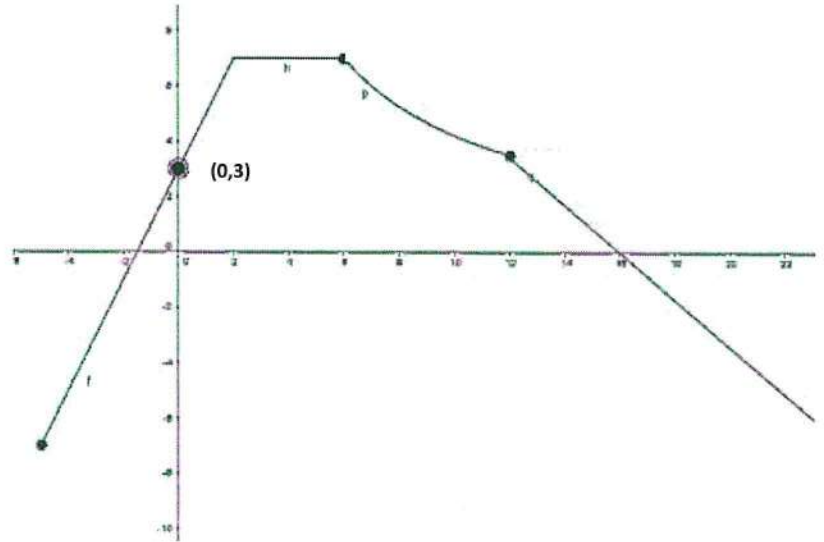
Remarque : on n'écrit pas $x = -1,5$ ou $(-1,5; 0)$ mais seulement la valeur de l'abscisse à l'origine.

5.3 Ordonnée l'origine

C'est la valeur que prend **y** quand **x = 0**, c'est la valeur de y quand la représentation graphique coupe l'axe des ordonnées. Si c'est une fonction, il n'y a qu'une ordonnée à l'origine.

Dans l'exemple : 3

Remarque : on n'écrit pas $y=3$ ou $(0;3)$ mais seulement la valeur de l'ordonnée.

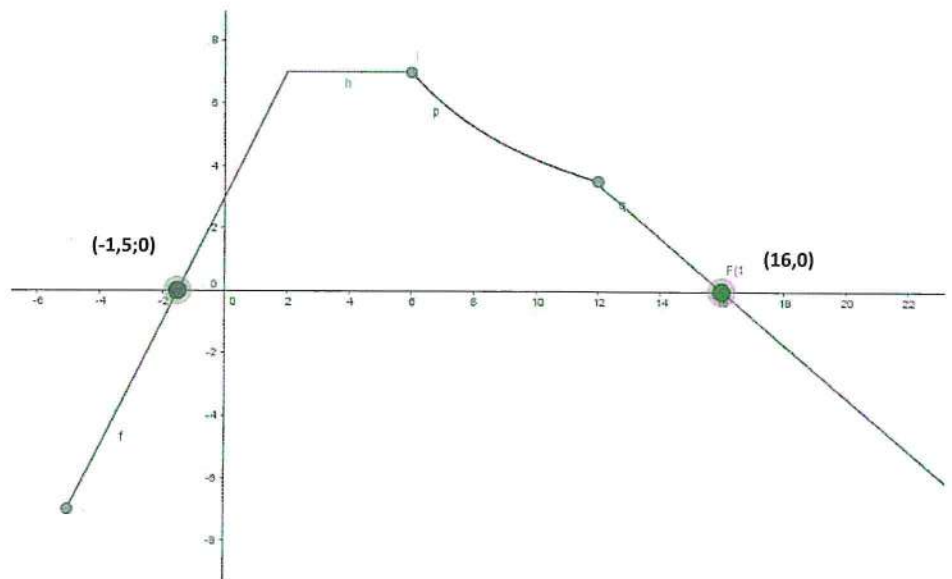


5.4 Signe de la fonction : Positive ou négative

Une fonction est positive sur un intervalle donné en x si, sur cet intervalle, les valeurs de $f(x)$ sont supérieures ou égales à zéro, c'est-à-dire $f(x) \geq 0$.

Dans l'exemple : $[-1,5;16]$

Une fonction est négative sur un intervalle donné en x si, sur cet intervalle, les valeurs de $f(x)$ sont inférieures ou égales à zéro, c'est-à-dire $f(x) \leq 0$.



Dans notre exemple : $-\infty; -1,5] \cup [16; +\infty[$

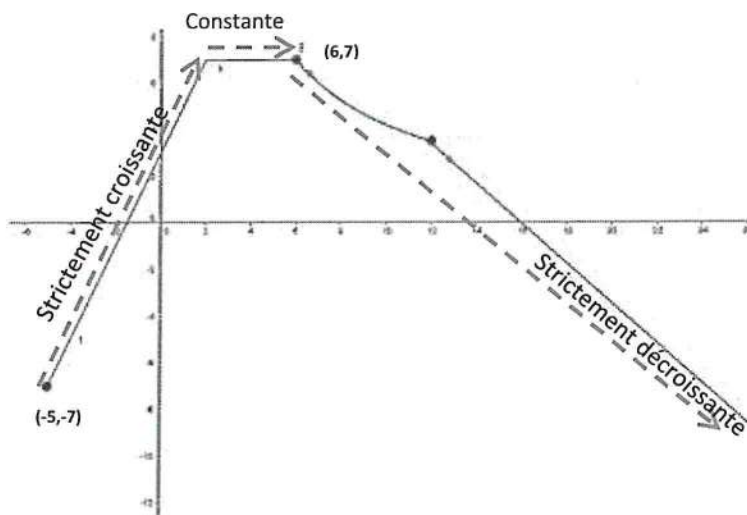
5.5 Variation : croissance ou décroissance

Une fonction est *strictement croissante* sur un intervalle de son domaine, si, lorsque la variable indépendante x **augmente**, la variable dépendante y , **augmente** aussi. (la courbe monte de gauche à droite).

Dans l'exemple : $[-5, 2[$

Une fonction est *strictement décroissante* sur un intervalle donné de son domaine si, lorsque la variable indépendante x **augmente**, la variable dépendante y , **diminue**. (La fonction descend de gauche à droite)

Dans l'exemple : $]6, +\infty[$



5.6 Extrémums : Maximum ou minimum

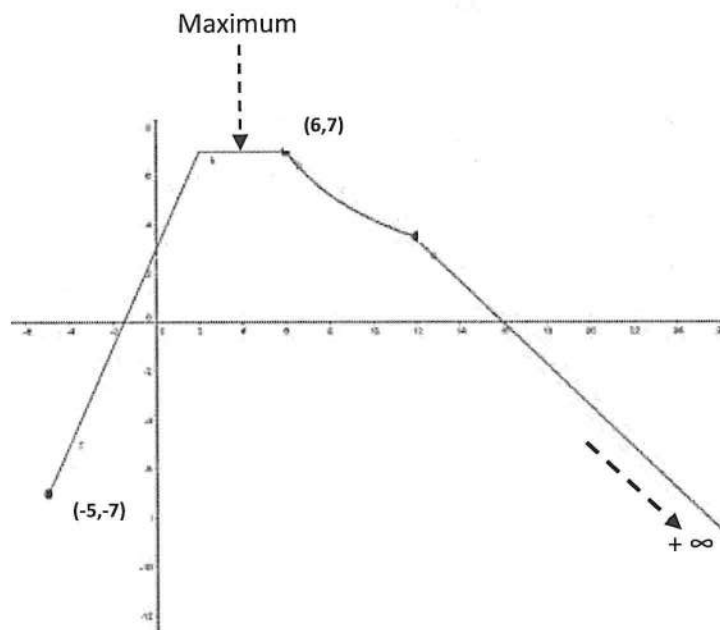
Le *maximum* d'une fonction, si la fonction est limitée, correspond à la **valeur maximale** de son codomaine, c'est-à-dire sa valeur maximale en y .

Dans l'exemple : 7

Remarque : on n'écrit pas $y=7$ ou $(2;7)$ mais seulement la valeur de l'ordonnée.

Le *minimum* d'une fonction, si la fonction est limitée, correspond à la **valeur minimale** de son codomaine, c'est-à-dire sa valeur minimale en y .

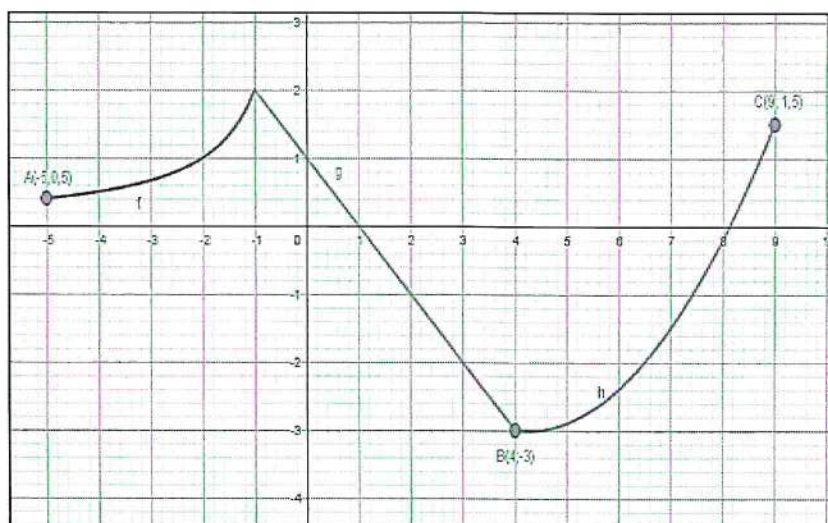
Dans notre exemple : il n'y en a pas, car la fonction va vers l'infini.



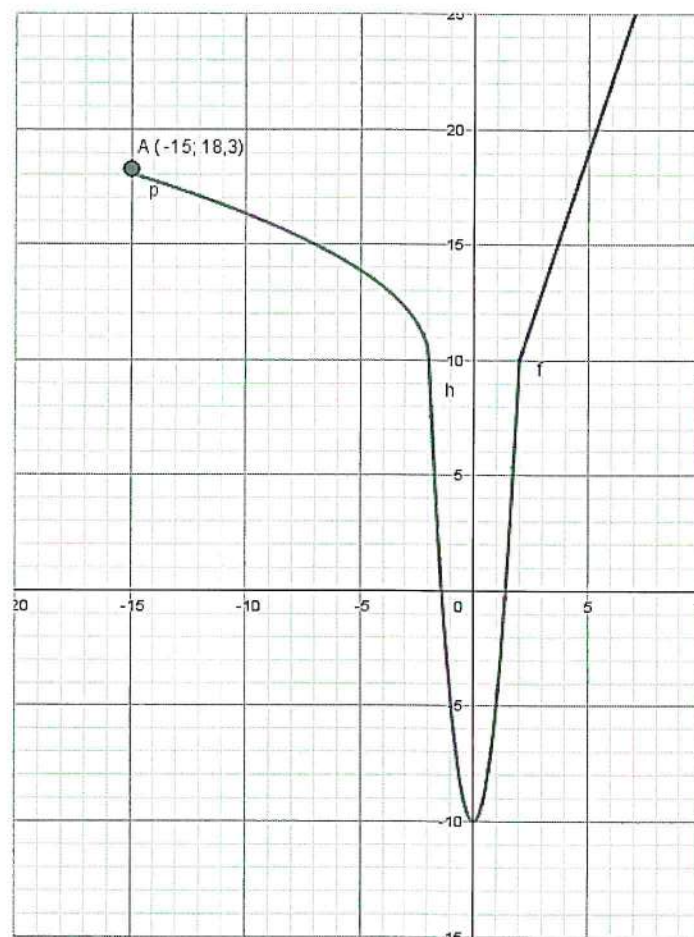
Exercice 21

Trouvez les propriétés de la fonction

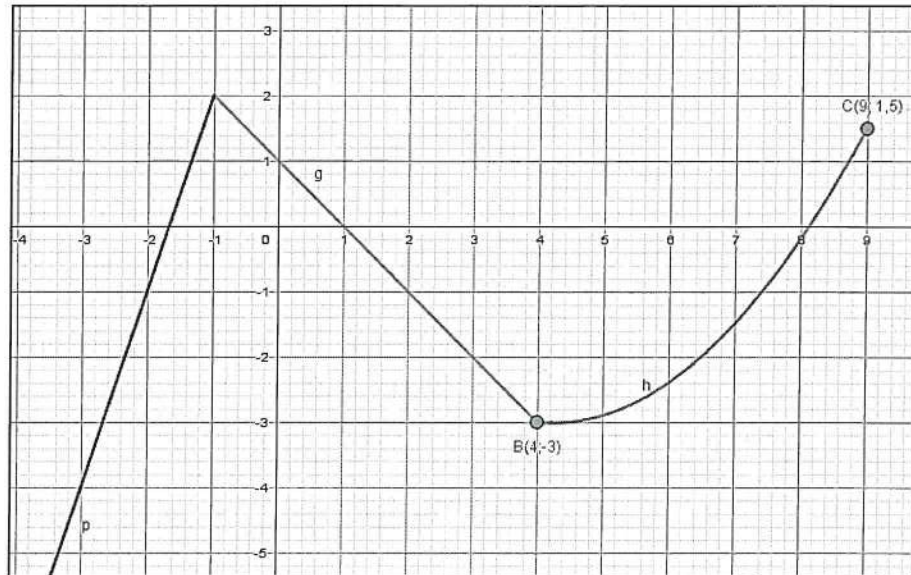
Domaine :
Codomaine :
Abscisse à l'origine :
Ordonnée à l'origine :
Maximum :
Minimum :
Croissance :
Signe :



Domaine :
Codomaine :
Abscisse à l'origine :
Ordonnée à l'origine :
Maximum :
Minimum :
Croissance :
Signe :



Domaine :
Codomaine :
Abscisse à l'origine :
Ordonnée à l'origine :
Maximum :
Minimum :
Croissance :
Signe :



Bon travail !

Tu as terminé ta mise à jour. Avec l'accord de ton enseignant tu peux maintenant débiter ton module.

Bibliographie

- Jonathan Chartrand, Programmation des figures et mise en forme
En collaboration avec
Florianne Francoeur, Nathalie Bernier, Antoine Gauvreau-Rivière,
Johanne Bernier, Michel Lacasse, Christine Landry Louise Allard, Nicole
Perreault, Lucie Martel
Dernière révision : 2 novembre 2017 Commission scolaire des Chic-
Chocs
- Kinésis Éducation, Florence Grandchamp et Christiane Roy,
MAT-4109-1, édition d'avril 2016