



CÉA Champlain

Cours de mise à niveau

MAT-1011-1

Mathématique

Cours préparé par Françoise Forget - Octobre 2017

Révisé par Nancy Ménard – juin 2018

Dernière révision : 30 novembre 2020

Table des Matières

I-Arithmétique

I.1-Les quatre opérations sur les nombres entiers

I.2-Le zéro dans les quatre opérations

I.3-La priorité des opérations

I.4-Les fractions

I.4.1-Transformer un nombre fractionnaire en expression fractionnaire

I.4.2-Transformer une expression fractionnaire en nombre fractionnaire

I.4.3-La multiplication de fractions

I.4.4-La division de fractions

I.4.5-L'addition et la soustraction de fractions

I.5-Les nombres décimaux

I.5.1-Valeur de position des chiffres dans un nombre décimal

I.5.2-Comparaison des nombres décimaux

I.5.3-Arrondir les nombres

I.6-La transformation d'une fraction en nombre décimale

I.7-Les quatre opérations sur les nombres décimaux

I.8-Le pourcentage

I.8.1-Conversion d'une fraction en pourcentage et d'un pourcentage en fraction

I.8.2-Calcul du pourcentage d'une quantité

I.8.3-Calcul du pourcentage que représente une partie de l'ensemble d'une quantité

I.8.4-Connaître les termes souvent utilisés avec les pourcentages

I.9-Connaître les termes souvent utilisés dans les problèmes de la vie courante

I.10-Le temps

I.11- Les taux

I.12- Relation de proportionnalité directe et méthode de retour à l'unité

II-Représentations géométriques

II.1-Point, droite, demi-droite, segment de droite

II.2-Types de droites

II.3-Les angles

II.3-a) Définition d'un angle

II.3-b) Mesure d'un angle

II.3-c) Position d'angles

II.3-d) Catégories d'angles

II.4-Les polygones

II.4-a) Les quadrilatères

II.4-b) Les triangles

II.5-Le système métrique

II.6-Le périmètre de certains quadrilatères

II.7-Le périmètre du triangle et du cercle

II.8-Le calcul de l'aire de certains quadrilatères

II.9-Le calcul de l'aire du triangle et du cercle

III-Interprétation et production de tableaux statistiques

III.1-Quelques notions de statistiques

III.2-Production d'un diagramme de Venn

III.3-Production d'un tableau de données

III.4-Production d'un tableau de distribution de fréquences

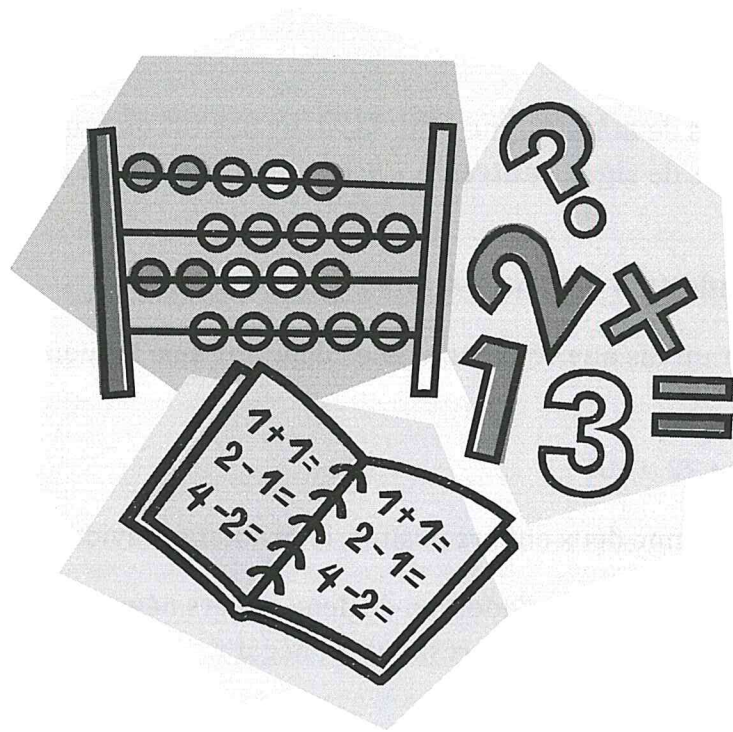
III.5-Construction de diagrammes à bandes horizontales et verticales

III.6-Construction d'un pictogramme

IV-Quelques notions d'algèbre

IV.1-La machine à fonction

IV.2-Les opérations inverses des quatre opérations sur les nombres



I-Arithmétique

I.1-Les quatre opérations sur les nombres entiers

Pour être en mesure d'effectuer les opérations arithmétiques avec les entiers relatifs, il faut se souvenir de la loi des signes. Cette loi se présente en deux parties :

- La première concerne à la fois l'addition et la soustraction;
- La deuxième concerne à la fois la multiplication et la division.

La loi des signes n'a rien de compliqué et vous verrez qu'elle vous reviendra vite en mémoire !

L'addition d'entiers

Deux cas peuvent se présenter :

- 1) Deux entiers de **même signe** (tous les deux positifs ou tous les deux négatifs)
- 2) Deux entiers de **signe contraire**, c'est-à-dire un positif et un négatif.

1) Premier cas : **addition de deux entiers de même signe**

Commençons par un cas que vous connaissez déjà : lorsque les deux entiers sont positifs.

Exemple : $35 + 72 = 107$

Lorsque l'on additionne deux entiers positifs, le résultat est évidemment positif.

Le même principe s'applique à l'addition de deux entiers négatifs. Lorsque l'on additionne deux entiers négatifs, le résultat est négatif.

Exemple : $-35 + (-72) = -107$

On fait la somme des entiers sans tenir compte de leur signe, puis on accorde le signe négatif au résultat puisque les deux entiers additionnés sont négatifs.

2) Deuxième cas : **addition de deux entiers de signe contraire**

Lorsque l'on additionne deux entiers de signe contraire, c'est-à-dire un entier positif avec un entier négatif, on doit toujours calculer la différence entre ces entiers sans tenir compte de leur signe. On accorde ensuite au résultat le signe de l'entier le plus éloigné de zéro.

Exemple : $-8 + 5 = ?$

On calcule la différence entre 8 et 5 : $8 - 5 = 3$

L'entier le plus éloigné de zéro est -8, le résultat sera donc **négatif** : $-8 + 5 = -3$

Reprenons cet exemple en intervertissant le signe des entiers.

Exemple : $8 + (-5) = ?$

La différence entre 8 et 5 est toujours 3.

L'entier le plus éloigné de zéro, 8, est positif; le résultat sera cette fois **positif** :

$$8 + (-5) = 3.$$

Voici en résumé la loi des signes pour l'addition :

Loi des signes pour l'addition

Pour additionner des entiers de **même signe** : on calcule la somme des entiers sans tenir compte de leur signe;

- on accorde au résultat le même signe que celui des entiers additionnés.
- Exemples : $8 + 5 = 13$ $-8 + (-5) = -13$

Pour additionner des entiers de **signe contraire** :

- on calcule la différence entre les entiers sans s'occuper de leur signe;
- on accorde au résultat le signe de l'entier le plus éloigné de zéro.
- Exemples : $-8 + 5 = -3$ $8 + (-5) = 3$

Pour vérifier si tout est bien compris, on met ces connaissances en pratique ?

Exercice 1

Sans utiliser de calculatrice, effectuer les additions suivantes.

a) $8 + 1 =$ _____

b) $9 - 8 =$ _____

c) $5 + 2 =$ _____

d) $7 + 1 =$ _____

e) $9 + 4 =$ _____

f) $-7 - 4 =$ _____

g) $8 + 3 =$ _____

h) $-5 + 4 =$ _____

i) $0 - 7 =$ _____

j) $9 - 2 =$ _____

La soustraction d'entiers

Vous vous dites sûrement que l'on oublie de parler de la soustraction d'entiers. Il n'est pas nécessaire d'énoncer une loi des signes pour la soustraction, car celle-ci peut toujours être transformée en addition, ce qui simplifie la mémorisation de la loi des signes. En effet, la soustraction d'un nombre est toujours équivalente à l'addition de son opposé.

Exemple : $8 - 5 = 8 + (-5) = 3$
 $-8 - 5 = -8 + (-5) = -13$
 $8 - (-5) = 8 + 5 = 13$

Pour transformer une soustraction en addition, il suffit de changer le signe du deuxième terme. On calcule ensuite le résultat en appliquant la loi des signes de l'addition. Voici un exemple qui vous permettra d'y voir clair dans tous ces signes.

Exemple : $-13 - 17 + 12 - (-10) = ?$
 $-13 + (-17) + 12 + 10 = ?$
 $-30 + 12 + 10 = ?$
 $-18 + 10 = -8$

Vous constatez maintenant que l'on peut transformer une soustraction en addition très facilement, et que les opérations $-6-3$ ou $-6+(-3)$ sont équivalentes : on obtient -9 dans chacun des cas. Aussi, calculer la différence dans une soustraction comme $5 - (-7)$ revient bien sûr à faire une simple addition $5 + 7 = 12$. Des exercices maintenant !

Exercice 2

Sans utiliser de calculatrice, effectuer les soustractions suivantes.

a) $9 - 10 =$ _____

b) $-7 - 3 =$ _____

c) $-4 - 1 =$ _____

d) $4 - 6 =$ _____

e) $5 - 1 =$ _____

f) $0 - -7 =$ _____

g) $9 - 6 =$ _____

h) $-10 - -9 =$ _____

i) $4 - 8 =$ _____

j) $5 - -8 =$ _____

Vous êtes maintenant prêt à effectuer les additions et les soustractions simultanément.

Exercice 3

Effectuer les additions et les soustractions suivantes sans utiliser de calculatrice.

a) $35 + (-17) - 16 + 25 =$ _____

b) $-18 - 36 - 28 + 12 =$ _____

c) $-70 + 30 - (-45) - 55 =$ _____

d) $90 - (-36) + (-75) + 46 =$ _____

e) $-6 - (-13) + 43 - 65 - (-28) =$ _____

f) $-67 - (-47) - (-20) + (-71) + 1 =$ _____

g) $36 - (-12) - 34 + 38 - 74 - (-47) =$ _____

h) $55 - 19 + (-36) - 43 - 24 + 67 =$ _____

i) $-100 + (-56) - 44 - (-96) - (-104) =$ _____

j) $78 - 86 - 43 - (-37) + (-65) - 28 - 19 =$ _____

La multiplication et la division d'entiers

La loi des signes pour la multiplication et la division est très facile à retenir et, de plus, elle est la même pour ces deux opérations. Deux cas peuvent se présenter lorsque l'on multiplie ou que l'on divise deux entiers : ces entiers sont de **même signe**, ou ils sont de **signe contraire**.

1) Premier cas : **multiplication ou division de deux entiers de même signe**

Lorsque vous multipliez ou que vous divisez deux entiers positifs, vous savez que le résultat sera **positif**. Dans le cas de deux entiers de signe négatif, le résultat sera aussi positif; on dit, pour ces opérations, que les deux négatifs s'éliminent.

Exemples : $6 \times 4 = 24$ et $-6 \times (-4) = 24$
 $27 \div 3 = 9$ et $-27 \div (-3) = 9$

2) Deuxième cas : **multiplication ou division de deux entiers de signe contraire**

Voilà le seul cas où le résultat d'une multiplication ou d'une division sera négatif. Peu importe leur ordre de grandeur, lorsque l'on multiplie ou divise un entier positif par un entier négatif (ou l'inverse), le résultat sera **négatif**.

Exemples : $8 \times (-2) = -16$ et $-8 \times 2 = -16$
 $16 \div (-2) = -8$ et $-16 \div 2 = -8$

Ainsi, lorsque vous avez une expression arithmétique comportant plusieurs multiplications et divisions, il vous suffit de compter le nombre d'entiers qui sont négatifs;

- s'il y en a un nombre **pair**, le résultat sera **positif**;
- s'il y en a un nombre **impair**, le résultat sera **négatif**.

Voici donc en résumé l'énoncé de la loi des signes pour la multiplication et la division avant de vous laisser l'appliquer.

Loi des signes pour la multiplication et la division

1. La multiplication ou la division de deux entiers de **même signe** donne toujours un **résultat positif**.

Exemples : $8 \times 4 = 32$ et $-8 \times -4 = 32$
 $32 \div 8 = 4$ et $-32 \div (-8) = 4$

2. La multiplication ou la division de deux entiers de **signe contraire** donne toujours un **résultat négatif**.

Exemples : $8 \times 4 = -32$ et $8 \times (-4) = -32$
 $-32 \div 8 = -4$ et $32 \div (-8) = -4$

Exercice 4

Faire les multiplications et les divisions suivantes sans avoir recours à la calculatrice.

a) $-2 \times 2 =$ _____

b) $-8 \div 2 =$ _____

c) $16 \div -4 =$ _____

d) $5(-3) =$ _____

e) $15 \div 3 =$ _____

f) $5 \times 12 =$ _____

g) $-20 \div 5 =$ _____

h) $3 \times 4 =$ _____

i) $-3 \times 8 =$ _____

j) $-28 \div 7 =$ _____

Vous êtes maintenant prêt à faire des calculs un peu plus complexes.

Exercice 5

Faire les multiplications et divisions suivantes sans avoir recours à la calculatrice.

a) $-6 \times 7 \times 2 =$ _____

b) $-72 \div (-6) =$ _____

c) $-3 \times (-8) \times 4 =$ _____

d) $-5 \times (-10) \div (-2) =$ _____

e) $-18 \div 3 \times (-5) =$ _____

f) $-2 \times (-4) \times (-1) \times 5 \times (-5) =$ _____

g) $24 \div 3 \times (-1) =$ _____

h) $18 \div 3 \times (-1) =$ _____

i) $-7 \times (-3) \times (-2) \times 0 =$ _____

j) $-100 \div (-5) (-4) =$ _____

I.2-Le zéro dans les quatre opérations

A. L'addition et la soustraction

Le chiffre zéro dans une addition ou une soustraction ne change pas le résultat.

Exemple :

- $0 + 5 = 5$
- $0 - 8 = 0 + (-8) = -8$
- $5 - 0 = 5$
- $-7 + 0 = -7$

B. La multiplication

Le chiffre zéro dans une multiplication donne un résultat nul c'est-à-dire zéro.

Exemple :

- $0 \times 5 = 0$
- $0 \times (-8) = 0$
- $5 \times 0 = 0$
- $(-7) \times 0 = 0$

C. La division

Le chiffre zéro divisé par un autre nombre donne zéro. Un nombre divisé par le chiffre zéro est impossible (non déterminé-ND)

Exemple :

- $0 \div 5 = 0$
- $0 \div (-8) = 0$
- $5 \div 0 = \text{ND}$
- $(-7) \div 0 = \text{ND}$

À votre tour maintenant de pratiquer !

Exercise 6

a) $(-7) \times 0 =$ _____

b) $0 \div (-8) =$ _____

c) $5 \div 0 =$ _____

d) $(-7) \div 0 =$ _____

I.3-La priorité des opérations

Lorsqu'une expression arithmétique comporte plus d'une opération, ces opérations doivent être effectuées dans un ordre précis qui est déterminé par la loi de la priorité des opérations.

Les quatre opérations arithmétiques (addition, soustraction, multiplication et division) se répartissent en deux groupes :

Premier groupe : multiplication et division;

Deuxième groupe : addition et soustraction.

Les opérations du premier groupe (multiplication et division) sont appelées opérations prioritaires, car elles doivent toujours être effectuées avant celles du deuxième groupe (addition et soustraction).

Remarque

À l'intérieur d'un même groupe d'opérations, il n'y a pas de priorité :

- si, dans une expression arithmétique, on retrouve plusieurs multiplications et divisions, on les effectue toujours de la gauche vers la droite;
- si, dans une expression arithmétique, on retrouve plusieurs additions et soustractions, on les effectue toujours de la gauche vers la droite.

Voici un exemple qui vous permettra de mieux comprendre comment bien calculer la valeur d'une expression arithmétique comportant plusieurs opérations différentes.

Exemple 1 :

$-19 + (-16) \times (-1) - 20 + (-27) \times (-1)$	calcul à faire : $\times$ de gauche à droite donc $(-16) \times (-1)$
$-19 + 16 - 20 + (-27) \times (-1)$	calcul à faire : $\times$ de gauche à droite donc $(-27) \times (-1)$
$-19 + 16 - 20 + 27$	calcul à faire : $+$ ou $-$ de gauche à droite donc $(-19) + 16$
$-3 - 20 + 27$	calcul à faire : $+$ ou $-$ de gauche à droite donc $(-3) - 20$
$-23 + 27$	calcul à faire : $+$ ou $-$ de gauche à droite donc $(-23) + 27$
4	

Exemple 2 :

$$\begin{array}{rcl}
 (-15) \times 3 \div (-9) - (-10) \div (-5) - 12 & & \\
 (-45) \div (-9) - (-10) \div (-5) - 12 & & \\
 5 - (-10) \div (-5) - 12 & & \\
 5 - (2) - 12 & & \\
 (3) - 12 & & \\
 -9 & &
 \end{array}$$

calcul à faire : $\times$ de gauche à droite donc $(-15) \times 3$
calcul à faire : $\div$ de gauche à droite donc $(-45) \div (-9)$
calcul à faire : $\div$ de gauche à droite donc $(-10) \div (-5)$
calcul à faire : $+$ ou $-$ de gauche à droite donc $5 - 2$
calcul à faire : $+$ ou $-$ de gauche à droite donc $(3 - 12)$

Un peu de pratique. À vous de jouer !

Exercice 7

a) $18 + (-28) \times 20 - 18 \div 9$

b) $0 + 12 \times (-2) \div (-6) - 14$

c) $-13 \times 0 + (-25) \times 0 \div 5 \times 15 + (-21)$

d) $(-3) \times 6 + 5 \times (-4) - 12 \div (-6)$

e) $36 \div 3 \times 4 - 3 \times 6$

f) $18 + 15 \div 3 \times 2 - 4 \times 7$

g) $24 + 56 \div 8 - 3 \times 7$

h) $26 - 16 + 13 - 36 \times 0 + 12$

i) $15 \times 2 \times 3 \div 5 - 17$

Les expressions arithmétiques contenant des parenthèses

Les **parenthèses**, en plus de simplifier l'écriture d'une expression arithmétique, modifient l'ordre dans lequel les opérations seront effectuées.

Dans l'exemple qui suit, vous pourrez observer la différence dans le calcul de la valeur d'une même expression arithmétique selon que l'on place ou non une opération à l'intérieur de parenthèses.

Exemple 1 : $10 + 25 \div 5 = ?$ $(10 + 25) \div 5 = ?$
 $10 + 5 = ?$ $35 \div 5 = ?$
 $15 = ?$ $7 = ?$

Dans l'expression de gauche, on a effectué le calcul comme vous venez de l'apprendre, c'est-à-dire en faisant d'abord **la division**, car elle est prioritaire; on a obtenu **15**. Dans la deuxième expression, celle de droite, l'addition a été placée entre **parenthèses** : elle devient alors **prioritaire**, car toute opération placée entre parenthèses doit être effectuée en premier. Le résultat n'est plus le même, car on obtient ainsi **7**.

Les parenthèses complètent la loi de la priorité des opérations : on commence par faire la ou les opérations entre parenthèses, puis on effectue les multiplications et les divisions situées à l'extérieur des parenthèses, et l'on termine par les additions et les soustractions qui restent.

Voici l'énoncé complet de la loi de la priorité des opérations suivi d'un deuxième exemple avant de faire les exercices. Vous pourrez remarquer que, lorsqu'il n'y a aucun signe entre deux parenthèses ou entre un nombre et une parenthèse, l'opération qui est sous-entendue est toujours la **multiplication**.

Loi de la priorité des opérations

Dans une expression arithmétique contenant plusieurs opérations :

- On effectue les opérations situées à l'**intérieur de parenthèses** en premier;
- lorsqu'il n'y a plus d'opérations entre parenthèses, on effectue les **opérations prioritaires**, c'est-à-dire les multiplications et les divisions, en commençant par la gauche;
- on effectue, pour terminer, les **additions** et les **soustractions**, en commençant par la gauche.

Exemple 2 : Calculer la valeur de l'expression $18 - 4 (35 - 28)$

$$18 - 4 \times (35 - 28)$$

On fait d'abord l'opération dans les parenthèses :

$$35 - 28 = 7$$

$$18 - 4 \times 7$$

La multiplication est prioritaire sur la soustraction, on fait donc en premier : $4 \times 7 = 28$

$$18 - 28$$

On termine par la soustraction : $18 - 28 = -10$

$$-10$$

Exercice 8

a) $5 \times 17 - (46 - 34) \div 4 =$

b) $42 \div (2 \times 3) - 35 \div 5 =$

c) $7 (28 - 18) - 48 \div 6 \times 2 =$

d) $6 (48 - 42) + 5 \times 4 =$

e) $3 + 54 \div 6 (18 - 15) + 5 \times 12 =$

f) $30 \div 6 + 7 (6 + 4) \div 5 =$

g) $48 \div 3 (12 - 7) =$

h) $9 \times 44 - 64 \div (40 - 36) =$

i) $84 \div (18 - 120 \div 10) \times 53 - 45$

j) $3 + 48 - 5 (21 - 17) \div 10 - 40 =$

I.4-Les fractions

Voyons quelques définitions :

- **Nombre naturel** : lorsqu'un nombre est écrit en entier et qu'il est positif.
 - **Exemples** : 1, 134, 90, 4 000 900, etc.
- **Fraction simple** : lorsqu'un nombre est écrit au-dessus d'un autre et qu'ils sont séparés d'une barre.
 - **Exemples** : $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{50}$, ...
- **Expression fractionnaire** : lorsque le nombre écrit au-dessus est supérieur à celui qui est écrit en dessous.
 - **Exemples** : $\frac{2}{1}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{50}{11}$, ...
- **Nombre fractionnaire** : lorsqu'un nombre naturel est suivi directement par une fraction.
 - **Exemples** : $1\frac{1}{2}$, $3\frac{5}{6}$, $55\frac{11}{50}$, ...
- **Numérateur** (en haut de la barre) indique le nombre de parties du tout qui sont considérées.

→ $\frac{1}{2}$ le chiffre 1 est le **numérateur**.

- **Dénominateur** (en dessous de la barre) indique en combien de parties le tout a été divisé.

→ $\frac{1}{2}$ le chiffre 2 est le **dénominateur**.

Biscuits à l'avoine

- 1 $\frac{1}{4}$ tasse de cassonade
- 1 tasse de margarine ou beurre
- $\frac{1}{2}$ tasse de sucre
- 2 œufs
- 2 cuil. à soupe de lait
- 2 cuil. à thé de vanille
- 1 $\frac{3}{4}$ tasse de farine
- $\frac{1}{2}$ cuil. à thé de sel
- 1 cuil. à thé de bicarbonate de soude
- 2 $\frac{1}{2}$ tasses d'avoine (grau)



1. Dans cette recette, y a-t-il des nombres naturels ? Si oui, lesquels ?

2. Dans cette recette, y a-t-il des fractions simples ? Si oui, lesquelles ?

3. Dans cette recette, y a-t-il des expressions fractionnaires ? Si oui, lesquelles ?

4. Dans cette recette, y a-t-il des nombres fractionnaires ? Si oui, lesquels ?

Exercice 9

Pour chaque fraction, inscrivez un **S** si la fraction est simple, un **E** si c'est une expression fractionnaire et un **N** s'il s'agit d'un nombre fractionnaire.

- | | | | |
|----------------------|-------|---------------------|-------|
| a) $\frac{8}{9}$ | _____ | b) $\frac{15}{7}$ | _____ |
| c) $\frac{2}{3}$ | _____ | d) $\frac{15}{16}$ | _____ |
| e) $11\frac{21}{75}$ | _____ | f) $\frac{75}{122}$ | _____ |
| g) $\frac{88}{27}$ | _____ | h) $\frac{8}{1}$ | _____ |
| i) $\frac{6}{12}$ | _____ | j) $12\frac{7}{9}$ | _____ |

I.4.1-Transformer un nombre fractionnaire en expression fractionnaire

Étape 1 : On multiplie le dénominateur avec le nombre placé devant la fraction, c'est-à-dire l'entier.

$$2\frac{1}{3} \rightarrow 2 \times 3 = 6$$

Étape 2 : On additionne ce nouveau nombre avec le numérateur.

$$6 + 1 = 7$$

Étape 3 : On place le 7 à la position du numérateur et le dénominateur reste le même.

$$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

À votre tour d'essayer !

Exercice 10

Transformer les nombres fractionnaires en expressions fractionnaires.

a) $3\frac{1}{4} =$ _____

b) $7\frac{5}{6} =$ _____

c) $2\frac{3}{4} =$ _____

d) $11\frac{5}{6} =$ _____

e) $6\frac{1}{5} =$ _____

f) $8\frac{10}{11} =$ _____

g) $2\frac{2}{3} =$ _____

I.4.2-Transformer une expression fractionnaire en nombres fractionnaires

Il suffit de diviser ! Voici comment faire.

On divise, sans la calculatrice, le numérateur par le dénominateur en posant l'opération mathématique.

$$\begin{array}{r} 7/4 = 7 \div 4 = \begin{array}{r} 7 \quad | \quad 4 \\ -4 \\ \hline 3 \end{array} \end{array}$$

Dénominateur

Entier

Reste (numérateur)

$$\frac{7}{4} = 1 \frac{3}{4}$$

Exercice 11

Transformer les expressions fractionnaires en nombres fractionnaires.

a) $8/3 =$

b) $11/3 =$

c) $48/7 =$

d) $99/9 =$

e) $72/5 =$

f) $42/13 =$

g) $65/14 =$

h) $39/6 =$

i) $43/4 =$

j) $12/7 =$

I.4.3-La multiplication de fractions

Effectuons la multiplication suivante :

$$1\frac{1}{4} \times 2$$

Voici les étapes à suivre pour multiplier des fractions !

Étape 1 : Avant de multiplier, il faut transformer le nombre fractionnaire $1\frac{1}{4}$ en expression fractionnaire (voir la section 1.4.1).

$$1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

Étape 2 : On pose la multiplication.

$$\frac{5}{4} \times 2 = \quad \text{Noter que } 2 = \frac{2}{1}$$

Étape 3 : On multiplie les numérateurs ensemble et les dénominateurs ensemble.

$$\frac{5 \times 2}{4 \times 1} = \frac{10}{4}$$

Étape 4 : On s'assure de simplifier la fraction si c'est possible

$$\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Un peu de pratique ?

Exercice 12

a) $\frac{4}{7} \times \frac{1}{4}$

d) $1\frac{2}{7} \times \frac{3}{4}$

b) $\frac{3}{7} \times \frac{7}{12}$

e) $6 \times \frac{1}{8}$

c) $\frac{3}{5} \times 5$

I.4.4-La division de fractions

Effectuons la division suivante :

$$1 \frac{1}{4} \div 2$$

Voici les étapes à suivre pour diviser des fractions !

Étape 1 : S'il y a lieu, avant de diviser, il faut transformer le nombre fractionnaire en expression fractionnaire. (voir la section 1.4.1)

$$1 \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

Étape 2 : On pose la division.

$$\frac{5}{4} \div \frac{2}{1} =$$

Étape 3 : La première fraction reste identique. On change le signe de la division ($\div$) par une multiplication ($\times$) et on inverse la 2^e fraction, c'est-à-dire que l'on met le numérateur à la place du dénominateur et vice et versa.

$$\frac{5}{4} \times \frac{1}{2} =$$

Étape 4 : On procède de la même façon pour la multiplication de fractions. Il suffit de multiplier les numérateurs ensemble et les dénominateurs ensemble.

N'oubliez pas de toujours simplifier votre résultat final! C'est à votre tour !

Exercice 13

a) $\frac{4}{7} \div \frac{4}{7} =$

b) $2\frac{3}{7} \div \frac{1}{7} =$

c) $3 \div \frac{4}{13} =$

d) $\frac{2}{9} \div \frac{1}{3} =$

e) $\frac{6}{11} \div \frac{2}{33} =$

I.4.5-L'addition et la soustraction de fractions

Lorsque l'on additionne ou que l'on soustrait des fractions, on doit additionner ou soustraire des parties de grandeurs égales. C'est pour cette raison que l'on ne peut additionner que des fractions ayant le **même dénominateur**.

Exemples : $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ et $\frac{6}{7} - \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$

On fait la somme ou la différence des numérateurs de chaque fraction et le dénominateur reste inchangé. Pour additionner ou soustraire des fractions dont les dénominateurs sont différents, il faut tout d'abord les transformer en fractions équivalentes ayant tous le **même dénominateur**.

Exemple : $\frac{3}{8} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6} = ?$

Pour établir quel sera le dénominateur commun aux trois fractions, il faut trouver le P.P.C.M. de 8, 3 et 6.

On énumère les multiples du plus grand des dénominateurs. Le plus petit de ces multiples qui est également un multiple des autres dénominateurs est le P.P.C.M.

Multiples de 8 : 0, 8, 16, 24, 32, 40, ...

$$24 \div 3 = 8 \quad \text{et} \quad 24 \div 6 = 4 \quad \text{donc le P.P.C.M.} = 24$$

On transforme chacune des fractions en une fraction équivalente ayant 24 pour dénominateur.

$$\frac{3}{8} \times \frac{3}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{8}{8} + \frac{5}{6} \times \frac{4}{4} = ?$$

$$\frac{9}{24} + \frac{16}{24} + \frac{20}{24} = \frac{9+16+20}{24} = \frac{45}{24}$$

On fait la somme des numérateurs; le dénominateur reste 24.

On simplifie le résultat en divisant le numérateur et le dénominateur par le même nombre.

$$\frac{45}{24} \div \frac{3}{3} = \frac{15}{8}$$

Il est maintenant le temps de pratiquer vos nouvelles connaissances !

Exercise 14

a) $\frac{7}{12} - \frac{4}{9} + \frac{3}{4} =$

b) $1\frac{7}{8} + \frac{5}{6} - 2 =$

c) $\frac{6}{7} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{13}{14} =$

d) $2\frac{2}{5} + 1\frac{3}{4} - 3\frac{1}{2} + \frac{1}{6} =$

e) $5\frac{1}{2} - \frac{2}{9} + 1\frac{1}{6} - 4 =$

f) $3\frac{1}{8} - 4\frac{1}{4} - 2 + 9\frac{3}{5} =$

g) $2\frac{1}{2} - \frac{5}{8} - \frac{2}{3} =$

h) $\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3} - \frac{5}{6} =$

i) $12\frac{1}{2} - 1\frac{3}{8} + 11 =$

j) $\frac{1}{3} + \frac{4}{5} - \frac{7}{6} =$

I.5-Les nombres décimaux

I.5.1-Valeur de position des chiffres dans un nombre décimal

Vous savez déjà que chaque chiffre d'un nombre naturel prend une valeur différente selon la position qu'il occupe.

Exemple : 525

525 Le chiffre 5, souligné, se situe à la position des unités. Il vaut $5 \times 1 = 5$

525 Le chiffre 5, souligné, se situe à la position des centaines.

Il y a une valeur plus grande : il vaut $5 \times 100 = 500$.

Dans un nombre naturel, chaque position a une valeur **10 fois** plus petite que la position précédente, située à sa gauche. La valeur de position diminue de 10 en 10, de gauche à droite. C'est pour cette raison qu'on appelle ce système le **système décimal**.

Les fractions écrites en notation décimale suivent le même principe : c'est la **position des chiffres** de la partie fractionnaire du nombre décimal qui indique la valeur de la fraction. La valeur des positions situées à droite de la virgule décroissent de 10 en 10, de gauche à droite : chaque chiffre situé à droite de la virgule a une valeur de position 10 fois plus petite que le chiffre précédent.

Observez bien l'exemple suivant :

Partie entière					Partie fractionnaire			
5	3	4	6	,	7	9	1	2
Unités de mille	centaines	dizaines	unités	,	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes

Vous remarquez que la **virgule décimale** sépare la partie entière de la partie fractionnaire. La partie entière est située à gauche de la virgule et la partie fractionnaire à sa droite.

Les chiffres des fractions écrites en notation décimale sont toujours des **dixièmes**, des **centièmes**, des **millièmes**, des **dix-millièmes**, etc., selon la position qu'ils occupent après la virgule.

Quelle est la valeur de la position de chacun des chiffres qui composent le nombre 5346,7912?

5346,7912 Le 5 vaut 5 unités de mille, donc sa **valeur de position** est $5 \times 1000 = 5000$

5346,7912 Le 3 vaut 3 centaines, donc sa **valeur de position** est $3 \times 100 = 300$

5346,7912 Le 4 vaut 4 dizaines, donc sa **valeur de position** est $4 \times 10 = 40$

5346,7912 Le 6 vaut 6 unités, donc sa **valeur de position** est $6 \times 1 = 6$

5346,7912 Le 7 vaut 7 dixièmes, donc sa **valeur de position** est $7 \times 1/10 = 7/10$

5346,7912 Le 9 vaut 9 centièmes, donc sa **valeur de position** est $9 \times 1/100 = 9/100$

5346,7912 Le 1 vaut 1 millième, donc sa **valeur de position** est $1 \times 1/1000 = 1/1000$

5346,7912 Le 2 vaut 2 dix-millièmes, donc sa **valeur de position** est $2 \times 1/10\,000 = 2/10000$

Avant de continuer, vérifiez que vous avez bien compris le système décimal avec l'exercice suivant.

Exercice 15

Indiquer la valeur de position du chiffre en caractère gras de chacun des nombres décimaux suivants :

a) 50,**1**34_____

f) 526,**1**3_____

b) 10**4**,97_____

g) 8,**7**21_____

c) 9,**2**13_____

h) 14,**6**05_____

d) 25,**0**2_____

i) 48,72**0**3_____

e) 732,**7**_____

j) 5,5**4**76_____

Exercice 16

Indiquer la valeur de position du chiffre 4 de chacun des nombres décimaux suivants :

a) 14,7**2**3_____

f) 51,952**4**_____

b) 500,0**4**_____

g) 8,5**4**6_____

c) 490,75**3**_____

h) 52,**4**1_____

d) 1,23**4**_____

i) 4352,1**0**_____

e) 7000,4**2**_____

j) 41,0**1**_____

I.5.2-Comparaison des nombres décimaux

Comme mentionné dans le tableau de numération, un nombre décimal est composé d'une partie entière et d'une partie décimale.

Pour comparer deux nombres décimaux, à savoir lequel est le plus grand que l'autre, il suffit de respecter les étapes suivantes :

Étape 1 : on compare leurs parties entières (la partie à gauche de la virgule). S'ils sont identiques, on passe à l'étape 2.

Étape 2 : on compare leurs chiffres des dixièmes (premier chiffre à droite de la virgule). Mais si les chiffres des dixièmes sont identiques, on compare leurs chiffres des centièmes; et ainsi de suite jusqu'à ce que les deux nombres aient des chiffres différents.

+ Petit rappel des 3 signes de comparaison : $<$, $=$, $>$

- $<$ signifie **plus petit que...** exemple 2 est plus petit que 3 donc $2 < 3$
- $>$ signifie **plus grand que...** exemple 3 est plus grand que 2 donc $3 > 2$
- $=$ signifie égal à ... exemple 2,3 est égal à 2,30 donc $2,3 = 2,30$

+ Pour les nombres monétaires, vous devez vous assurer d'avoir la même unité avant de les comparer, il est préférable de les transformer en \$: 45 ¢ = 0,45 \$

Exercice 17

Comparer les nombres suivants : $>$, $=$, $<$

- a) 234 _____ 243
- b) 23,456 _____ 234,56
- c) 45,02 _____ 45,2
- d) 123,56 _____ 123,560
- e) 12,01 _____ 12,001

Pour ce qui est de la comparaison de nombres négatifs, le plus gros nombre devient le plus petit... Pas simple à comprendre ? En fait, plus le nombre négatif est éloigné de zéro, plus il est petit.

Exemple : -6 est plus petit que -3, car -3 est plus près de zéro que -6

Pour mieux comprendre, voici une droite graduée représentant les 2 nombres négatifs.

On voit bien que -3 est plus près de 0 donc qu'il est le plus grand. Alors $-6 < -3$.



Il en va de même pour les nombres décimaux négatifs. Le plus grand devient le plus petit.

Exemple : $-12,36 < -12,35$

Exercice 18

Comparer les nombres suivants : $<$, $=$, $>$

- a) -34 ____ -43
- b) $-2,456$ ____ $-4,456$
- c) $-45,02$ ____ $-45,2$
- d) $-123,56$ ____ $-123,560$
- e) $-1,346$ ____ $-1,34$

I.5.3-Arrondir les nombres

Vous savez sûrement, de manière intuitive, **arrondir** les nombres : si 498 étudiants sont inscrits dans votre centre, vous retiendrez qu'il y a environ 500 étudiants dans le centre. Vous venez d'acheter un grille-pain à 29\$? Vous direz qu'il coûte 30\$ environ.

Il nous arrive tous les jours d'arrondir des nombres, car il n'est pas toujours nécessaire de connaître une quantité exacte. Souvent, il suffit d'apprécier l'ordre de grandeur de cette quantité.

Il existe cependant des règles à suivre en mathématiques pour arrondir correctement les nombres à l'ordre de grandeur demandé. Voici en détail en quoi consistent ces règles.

Arrondir un nombre à la dizaine près

Pour arrondir un nombre entier à la **dizaine près**, vous regardez d'abord le chiffre des unités pour déterminer de quelle dizaine ce nombre est le plus rapproché.

Exemple : On veut arrondir 38 à la dizaine près.

38 se situe entre **30** et **40**.

En regardant le chiffre des unités, 8, on s'aperçoit que 38 est plus près de 40 que de 30 :

30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40.

Donc, **38 s'arrondit à la dizaine près à 40.**

Exemple : On veut arrondir 32 à la dizaine près.

32 se situe entre **30** et **40**.

On voit que ce nombre est plus près de 30 que de 40 :

30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40.

Donc, **32 s'arrondit à la dizaine près à 30.**

En résumé, les 5 premiers nombres de la dizaine, 30, 31, 32, 33 et 34, s'arrondissent à 30, tandis que les 5 dernières valeurs, 35, 36, 37, 38 et 39, s'arrondissent à la dizaine suivante, 40.

Pour arrondir un entier à la dizaine près

Si le chiffre des unités est :

- plus petit que 5 : on arrondit en conservant le même chiffre des dizaines et en remplaçant celui des unités par un zéro;
- plus grand ou égal à 5 : on arrondit à la dizaine suivante, en ajoutant 1 au chiffre des dizaines et en remplaçant celui des unités par un zéro.

Avant de vous laisser vous exercer, voici quelques exemples de nombres arrondis à la dizaine près :

54 à la dizaine près devient **50**

75 à la dizaine près devient **80**

198 à la dizaine près devient **200** (lorsque le chiffre des dizaines est 9, en lui ajoutant 1, on obtient automatiquement une centaine de plus).

Exercice 19

Arrondir les entiers suivants à la dizaine près.

a) 236 _____

b) 543 _____

c) 6795 _____

d) 3245 _____

e) 905 _____

f) 792 _____

Arrondir un nombre à la centaine près

Le même principe s'applique pour tous les ordres de grandeur. C'est toujours le chiffre qui suit la position à arrondir qui détermine la façon d'arrondir selon qu'il est plus petit, plus grand ou égal à 5.

Si le chiffre des dizaines est :

- plus petit que 5 : on arrondit en conservant le chiffre des centaines et en remplaçant ceux des dizaines et des unités par des zéros; Par exemple : 539 devient **500** à la centaine près;
- plus grand ou égal à 5 : on arrondit à la centaine suivante en ajoutant 1 au chiffre des centaines et en remplaçant ceux des dizaines et des unités par des zéros; Par exemple : 753 devient **800** à la centaine près.

Voulez-vous vérifier si vous avez compris? Alors faites l'exercice suivant.

Exercice 20

Arrondir les entiers suivants à la centaine près.

- a) 546 _____
- b) 5971 _____
- c) 45 094 _____
- d) 3639 _____
- e) 99 870 _____
- f) 9 953 _____

Arrondir les nombres au centième près

Lorsque vous calculez des montants d'argent, vous devez souvent arrondir au cent (¢) près, soit au centième près.

Pour arrondir au centième près, il suffit d'appliquer la même méthode, mais à la position suivante, celle des millièmes. Si le chiffre de la position des millièmes est plus petit que 5, n'ajoutez rien au chiffre des centièmes. S'il est plus grand ou égal à 5, vous ajoutez une unité au chiffre à la position des centièmes.

Exemple : 12,736

1. Soulignez le chiffre des centièmes 12,736
2. Regardez le chiffre des millièmes. 12, 736 (le chiffre des millièmes est 6)
3. Si ce chiffre est plus petit que 5, le chiffre des centièmes ne change pas.
4. Si le chiffre des millièmes est 5 ou plus, vous ajoutez 1 au chiffre souligné 12,736
+ 1
12,74
5. Les chiffres à la droite des centièmes disparaissent.

Voici quelques exemples d'entiers arrondis au centième près :

72,967 au centième près devient **72,97**

89,443 au centième près devient **89,44**

290,257 au centième près devient **290,26**

12,998 au centième près devient **13,00** lorsque le chiffre des centièmes est 9, en lui ajoutant 1, on obtient automatiquement une unité de plus.

Exercice 21

Arrondir les entiers suivants au centième près.

a) 35,379 _____

b) 42,936 _____

c) 9,532 _____

d) 18,905 _____

e) 345,500 _____

f) 29,733 _____

g) 29,399 _____

h) 309,645 _____

i) 539,561 _____

j) 1,904 _____