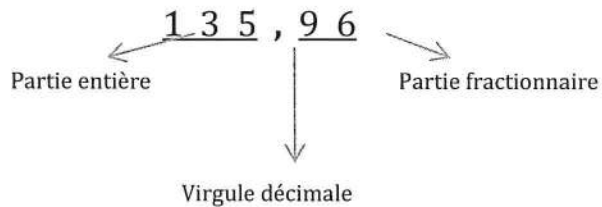

I.6-La transformation d'une fraction en nombre décimale

La **notation décimale** est une façon simple et pratique d'écrire les fractions. Bien sûr, vous connaissez déjà les nombres décimaux, car vous les utilisez tous les jours. Le dénominateur des nombres décimaux est sous-entendu : c'est la valeur de position, comme dans les nombres naturels, qui indique la valeur du nombre. La partie entière est séparée de la partie fractionnaire par une virgule, la virgule décimale.

Exemple :



Transformation d'une fraction en nombre décimale

Le dénominateur des fractions décimales est toujours une **puissance de 10**. Le premier chiffre à droite de la virgule représente les **dixièmes**, le deuxième les **centièmes**, le troisième les **millièmes**, et ainsi de suite.

Pour écrire $\frac{7}{100}$ sous forme décimale, le chiffre 7 doit occuper la deuxième position à droite de la virgule : 0,07.

Pour transformer en nombre décimale n'importe quelle fraction, vous pouvez **diviser le numérateur par le dénominateur** de la fraction.

Exemple : Écrire la fraction $\frac{3}{8}$ sous forme décimale.

Il suffit tout simplement de diviser 3 par 8 à l'aide de la calculatrice. La réponse est 0,375.

En mettant certaines fractions sous forme décimale, on s'aperçoit que la division ne se termine jamais et que les chiffres se répètent à l'infini. Ces fractions ont un **développement décimal périodique**. Par exemple, la fraction $\frac{1}{3}$ devient sous forme décimale 0,333...

Le chiffre ou le groupe de chiffres qui se répètent se nomment période. Pour le nombre décimal 0,333..., **la période est 3**. Afin d'éviter les points de suspension, il existe une **notation abrégée** pour les nombres décimaux périodiques; on place une barre au-dessus de la première période, ce qui indique la répétition à l'infini de cette période.

Exemples : $\frac{2}{9} = 0,222... \text{ ou } 0,\bar{2}$

$$\frac{7}{11} = 0,636363... \text{ ou } 0,\overline{63}$$

Remarque

Il arrive que la période d'un nombre ne débute qu'après la deuxième ou la troisième décimale.

Exemple : $\frac{1}{6} = 0,1666...$

Dans ce cas, la barre se placera uniquement au-dessus de la période et non au-dessus de l'ensemble de la partie décimale : $0,1666... = 0,1\bar{6}$.

Il arrive souvent que l'on doive arrondir les nombres décimaux à développement périodique. Les règles sont les mêmes que pour les entiers.

Rappel

Pour arrondir un nombre à un ordre de grandeur donné, on considère le chiffre qui suit la position à arrondir;

- s'il est plus petit que 5, on conserve le chiffre de la position à arrondir;
- s'il est plus grand ou égal à 5, on ajoute 1 à la position à arrondir.

On élimine les chiffres des décimales inférieures à cette position.

Exemple :

Pour transformer $\frac{3}{7}$ en nombre décimal on divise 3 par 7 et on obtient 0,428 571 428571...

La période de ce nombre décimal est composée de six chiffres, on peut donc noter la fraction ainsi : $\frac{3}{7} = 0, \overline{428\ 571}$. Si l'on désire plutôt arrondir ce nombre au millièmè près, on écrira : 0,429.

Un exercice, maintenant ?

Exercice 22

Transformer les fractions suivantes en nombres décimaux; s'ils ont un développement périodique, donner la notation abrégée, puis arrondir au millièmè près.

a) $\frac{5}{8} =$ _____

b) $\frac{7}{9} =$ _____

c) $\frac{3}{11} =$ _____

d) $\frac{11}{15} =$ _____

e) $\frac{3}{25} =$ _____

f) $\frac{2}{3} =$ _____

I.7-Les quatre opérations sur les nombres décimaux

Calculer avec des nombres décimaux est très simple, car on évite la recherche d'un dénominateur commun (pour l'addition et la soustraction) ainsi que la simplification du résultat.

De plus, les lois des signes pour la multiplication et la division et l'addition et la soustraction demeurent les mêmes.

Les priorités d'opérations sont également identiques aux priorités vues précédemment.

Pratiquons dès maintenant !

Exercice 23

a) $4,3 + (-6,7 - 5,4) - 1,2 =$

b) $-2,04 (-6,02 + 4,02 + 2) \div (-7,3) =$

c) $-6,1 + (3,04 - 5,2) \div 0,1 =$

d) $-0,78 \times 0,18 \div (-0,18 + 0,08) =$

I.8-Le pourcentage

Les **pourcentages** font partie intégrante de notre vie. Vous n'avez qu'à penser aux résultats scolaires qui sont presque toujours en pourcentage, car ils représentent une note **sur 100**.

I.8.1-Conversion d'une fraction en pourcentage et d'un pourcentage en fraction

Lorsque le dénominateur d'une fraction est 100, il suffit de le remplacer par le symbole % pour exprimer la fraction en pourcentage.

Exemple : Exprimer $\frac{30}{100}$ en pourcentage

$$\frac{30}{100} = 30\%$$

Pour toutes les autres fractions (dont le dénominateur est différent de 100), la méthode la plus simple est **d'exprimer la fraction sous forme décimale** puis de la **multiplier par 100 %**.

Exemple : Exprimer $\frac{3}{4}$ en pourcentage

On transforme la fraction pour qu'elle soit donnée sous forme décimale en divisant le numérateur par le dénominateur :

$$\frac{3}{4} = 0,75$$

On multiplie ensuite ce nombre décimal par 100% :

$$0,75 \times 100 \% = 75 \%$$

C'est très simple, n'est-ce-pas ?

À l'inverse, pour transformer un pourcentage en nombre décimal ou en fraction, on doit **diviser par 100**.

Exemple : Exprimer 60 % sous forme de fractions et sous forme décimale

- **sous forme de fraction :** on remplace le symbole % par le dénominateur 100 et on simplifie la fraction obtenue.

$$\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

- **sous forme décimale :** on divise par 100 en déplaçant la virgule décimale de deux positions vers la gauche.

$$60 \% = 60 \div 100 = \mathbf{0,60} \text{ ou } \mathbf{0,6}$$

Remarque

Pour diviser un nombre décimal par une **puissance de 10**, on déplace vers la gauche la virgule décimale d'autant de positions que de zéros contenus dans cette puissance.

Exemple : $13,4 \div 10 = 1,34$
 $13,4 \div 100 = 0,134$
 $13,4 \div 1000 = 0,0134$

Exercice 24

Effectuer les conversions demandées.

- a) $\frac{3}{10}$ en pourcentage _____
- b) 0,68 en pourcentage _____
- c) 56 % en fraction _____
- d) 66,7 % en fraction décimale _____
- e) $\frac{2}{3}$ en pourcentage arrondi au dixième près _____
- f) 25 % en fraction _____
- g) 130 % en fraction décimale _____
- h) $\frac{13}{20}$ en pourcentage _____

Exercice 25

Écrire en nombres décimaux les prix suggérés sur cette facture.

Article acheté	Prix	Prix en nombres décimaux
Balles de tennis	2 ½ \$	
Paquet de feuilles	8 ¾ \$	
Paquet de gomme à mâcher	1 ¼ \$	
Bouteille d'eau	3 1/10 \$	
Barre chocolatée	2 ¼ \$	

I.8.2-Calcul du pourcentage d'une quantité

Pour calculer **le pourcentage d'une quantité**, il suffit de **multiplier** ce pourcentage par la quantité donnée.

Par exemple, si 15 % de taxe s'applique à un achat de 45 \$, pour connaître à quelle somme correspond la taxe à payer, on calcule 15 % de 45 \$:

$$15 \% \times 45 \$ = 0,15 \times 45 \$ = 6,75 \$$$

La taxe à payer sur 45 \$ est donc de **6,75 \$**.

Vous avez constaté que, pour effectuer la multiplication, on a d'abord converti le pourcentage en fraction décimale : le calcul se fait ainsi très aisément. En voici quelques autres pour vous faire la main.

Exercice 26

Calculer les pourcentages demandés et arrondir le résultat au centième près s'il y a lieu.

a) 33 % de 42,99 = _____

b) 50 % de 49,99 = _____

c) 7,5 % de 5000 = _____

d) 0,25 % de 1800 = _____

e) 98 % de 25 = _____

f) $\frac{1}{2}$ % de 15 = _____

I.8.3-Calcul du pourcentage que représente une partie sur l'ensemble d'une quantité

Le pourcentage étant un **rapport sur 100**, on le préfère souvent aux fractions pour représenter une **partie d'un ensemble**. Par exemple, au lieu de dire que les $\frac{4}{5}$ des élèves d'un groupe ont réussi leur examen, on parlera de 80% de réussite. Pour connaître quel pourcentage représente une partie d'un ensemble, on place d'abord sous forme de fraction la quantité que représente la partie sur la quantité totale que représente l'ensemble donné. Par exemple, si 25 élèves sur une classe de 30 élèves ont obtenu la note de passage à un examen, on forme une fraction ainsi :

$$\frac{\text{nombre d'élèves ayant réussi l'examen}}{\text{nombre total d'élèves de la classe}} = \frac{25}{30}$$

On transforme ensuite la fraction obtenue en pourcentage comme vous savez déjà le faire :

$$\% \text{ élève ayant réussi l'examen} = \frac{25}{30} \times 100\% = 0,8333 \times 100\% = \mathbf{83,3 \%}$$

Rien de compliqué dans tout cela n'est-ce-pas ? À vous maintenant de tester vos connaissances avec l'exercice qui suit.

Exercice 27

Résoudre les problèmes suivants.

- a) Dans un groupe de 35 étudiants, on constate que 20 % d'entre eux sont des fumeurs. Combien y a-t-il de non-fumeurs dans ce groupe ?

- b) Le centre Sainte-Croix offre la possibilité à ses élèves de participer à une sortie éducative. Si 210 élèves se sont inscrits à cette activité sur les 465 élèves du Centre, quel est le pourcentage de participation à cette sortie organisée ? Arrondir au dixième près.

- c) Une étagère est offerte en solde à 19,47\$ au lieu de 25,99\$. À quel pourcentage du prix régulier correspond la réduction ? Arrondir à l'unité près.
- d) Sur une boîte de céréales, on indique qu'une portion de 30 grammes de céréales contient 11 g de sucre. Quel est le pourcentage de sucre dans ces céréales ? Arrondir à l'unité près.
- e) Sur une boîte de médicament pour soulager les spasmes musculaires, on annonce 33 % en prime. Si le format régulier contient 18 comprimés, combien en contient le format en promotion ? Arrondir à l'unité près.
- f) Des 125 élèves qui se sont présentés à l'examen final de mathématique, 12% ont échoué à l'examen. Ces élèves ont eu droit à une reprise, mais seulement 40 % d'entre eux ont obtenu la note de passage. Combien d'élèves ont échoué à ce cours de mathématique ?

I.8.4-Connaître les termes souvent utilisés avec les pourcentages

Le calcul du pourcentage étant très souvent lié au monde de l'argent et de la finance, il est très important de connaître le vocabulaire s'y rapportant.

Voici les principaux mots qui vous aideront à mieux comprendre et à résoudre les situations problèmes reliées aux finances personnelles.

Mots reliés au temps :

- Quotidien : 1 jour
- Hebdomadaire : 1 semaine
- Mensuel : 1 mois
- Bimensuel : deux fois par mois
- Trimestriel : 3 mois
- Annuel : 1 an
- Siècle : 100 ans

Mots reliés à un relevé de paie :

À votre tour de trouver la définition de certains mots. Vous pouvez vous aider du dictionnaire ou de Wikipédia.

Exercice 28 :

Revenu : _____

Salaire brut : _____

Déductions / Retenues salariales : _____

Salaire net : _____

Heures supplémentaires : _____

Rabais : _____

Escompte : _____

Commission : _____

Capital : _____

Profit : _____

Intérêt : _____

Emprunt : _____

Paielement mensuel : _____

Indexation : _____

Taxes : _____

TPS : _____

TVQ : _____

Exercice 29

Associer chacune des situations décrites au terme qui la définit le mieux.

1. Lise place 100 \$ à la banque.
2. Sylvain doit rembourser 20 \$ par mois pendant un an pour payer son auto.
3. Le chandail que je veux coûte 35\$. Il est en spécial cette semaine et je le paie seulement 30\$.
4. Daniel est agent d'assurance. En plus de son salaire de base, il reçoit un montant équivalent à un pourcentage des ventes réalisées.
5. Michelle va à la banque pour obtenir 2 000\$ pour effectuer des réparations à sa maison.
6. Julie a déposé 250\$ à la banque il y a un an. Elle n'y a pas touché depuis ce temps, mais il y a maintenant 265\$ dans son compte.

a) Rabais

d) Paiement mensuel

b) Intérêt

e) Commission

c) Capital

f) Emprunt

1 et ____

2 et ____

3 et ____

4 et ____

5 et ____

6 et ____

I.9-Connaître les termes souvent utilisés dans les problèmes de la vie courante

Certains mots signifient une opération mathématique. Pour le prochain exercice trouvez quelle opération est à faire lorsque les mots suivants sont utilisés.

Exercice 30

Dans le tableau ci-dessus, indiquez à quel signe réfère chacun des mots ou expressions suivants:

Addition (+)	Soustraction (-)	Multiplication (x)	Division (÷)	Égalité (=)
--------------	------------------	--------------------	--------------	-------------

Doubler		Baisse		Différence entre .. et ..		Par	
Enlever		Diminuer .. et ..		Total		De moins	
Tripler		Dépôt		Accroissement		Écart	
Somme de .. et ..		dépense		Ajouter .. et ..		Augmenter .. et ..	
Le reste		Retirer		Quotient de .. par ..		De plus	
Diviser par		Perte		Fois		Fois moins	
Produit de .. et ..		Partager		Part égale		Obtenir	
Multiplier .. et ..		Taux		De		Gain	
Plus		Sur		réduire		Hausse	
Rapport		Additionner .. et ..		Retrancher		Fraction	
Donne		Il manque		Moins		De	
Est		Soustraire .. de ..		Apport		Fois plus	
Répartir							

I.10-Le temps

Il y a différentes façons d'exprimer un temps. Il peut être décrit en secondes, en minutes, en heures décimales ou en heures-minutes-secondes. L'unité de base des unités de temps est la seconde.

Petit rappel ! Complétez les phrases suivantes :

- Dans une minute, il y a ____ secondes.
- Dans une heure, il y a ____ minutes.
- Dans une heure, il y a ____ secondes.
- Dans une journée, il y a ____ heures.

Pour réaliser des conversions de temps, il suffit d'appliquer la règle de 3 :

3 minutes = ? secondes 1 minute = 60 secondes 3 minutes = ? secondes $? = 3 \times 60 \div 1 = 180$ secondes	180 secondes = ? minutes 1 minute = 60 secondes ? minute = 180 secondes $? = 180 \times 1 \div 60 = 3$ minutes
2 heures = ? minutes 1 heure = 60 minutes 2 heures = ? minutes $? = 2 \times 60 \div 1 = 120$ minutes	120 minutes = ? heures 1 heure = 60 minutes ? heure = 120 minutes $? = 120 \times 1 \div 60 = 2$ heures
2 heures = ? secondes 1 heure = 3600 secondes 2 heures = ? $? = 2 \times 3600 \div 1 = 7200$ secondes	7200 secondes = ? heures 1 heure = 3600 secondes ? heures = 7200 secondes $? = 7200 \times 1 \div 3600 = 2$ heures

À votre tour maintenant!

Exercice 31

Transformer les unités de temps suivantes :

- a) 180 minutes en h = _____
- b) 1 heure en s = _____
- c) 45 minutes en s = _____
- d) 300 secondes en min = _____
- e) 3 heures en min = _____
- f) 15 min en h = _____

Comme vous avez pu le constater à l'exercice précédent (exercice 30) la transformation de minutes en heures a donné un nombre décimal.

En fait, il est possible d'écrire les heures de 2 façons :

- Les heures décimales : 2,5 h
- Les heures-minutes-secondes : 2h30 min 00 s

Attention : 2,5 heures ne veut pas dire 2h 5 min et 3h30 ne veut pas dire non plus 3,30 h.

A) Voici les étapes pour passer des heures décimales en heures-minutes.

Exemple : 2,5 heures = 2 h ?? min

Dans 2,5 heures → il y a 2 heures complètes

Il nous reste à trouver combien de minutes vaut la partie décimale 0,5 heure. Pour ce faire, il suffit de multiplier la partie décimale par 60, car il y a 60 minutes dans 1 heure (règle de 3).

$$0,5 \text{ heure} \times 60 = 30 \text{ minutes}$$

Donc 2,5 heures = 2h 30 min

B) Les étapes pour passer des heures-minutes en heures décimales.

Exemple : 2h30 min = 2, ?? heures

Il nous reste à trouver la portion d'heure équivalente à 30 minutes. Pour ce faire, il suffit de diviser 30 minutes par 60, car il y a 60 minutes dans une heure (règle de 3).

$$30 \text{ minutes} \div 60 = 0,5 \text{ heures}$$

$$\text{Donc } 2\text{h}30 = 2,5 \text{ heures}$$

Voici une autre méthode pour convertir des heures-minutes en heures décimales. À vous de choisir celle qui vous apparaît la plus simple à utiliser.

Exemple : 2h30 min = 2, ?? heures

On transforme les heures en minutes : $2\text{h} \times 60 = 120 \text{ minutes}$

On ajoute les 30 minutes, $120 + 30 = 150 \text{ minutes}$

$$\text{Donc } 2\text{h}30 = 150 \text{ minutes}$$

On divise le tout par 60, car il y a 60 minutes dans 1 heure : $150 \div 60 = 2,5 \text{ heures}$

$$\text{Donc } 2\text{h}30 = 2,5 \text{ heures}$$

À votre tour d'essayer !

Exercice 32

a) 2,6 heures en heures-minutes

b) 7h 21 en heures décimales

c) 14h30 en heures décimales

d) 3,7 heures en heures-minutes

e) 8,15 heures en heures-minutes

f) 38 minutes en secondes

g) 5h10 en minutes

h) 72 s en minutes décimales

i) 3,4 h en heures-minutes

j) 2h38 en secondes

Avec tous les outils vus dans cette section vous êtes maintenant prêt à résoudre des problèmes de la vie courante.

Exercice 33

Sans calculer, traduire chacun des problèmes donnés sous la forme d'une expression arithmétique en utilisant une des opérations : $+$, $-$, $\times$, $\div$.

- a) Un jardinier achète 189 boîtes de fleurs. Chaque boîte contient 12 plants de fleurs. Combien le jardinier a-t-il acheté de plants de fleurs ?
- b) La température actuelle est de -3°C . Si au cours de la nuit, la température baisse de 4°C , qu'indiquera alors le thermomètre ?
- c) Un arbre a poussé de 1 260 cm en 5 ans. De combien de centimètres a-t-il poussé chaque mois ?
- d) Dans le désert du Mexique, les températures varient de -15°C à 30°C . Calculer l'écart entre ces températures extrêmes.
- e) Sébastien veut s'acheter un nouveau disque au laser au prix de 23,99 \$. Il doit prévoir la taxe de 15,56 %. Quelle méthode de calcul lui permettra de prévoir le déboursé qu'il devra faire ?
- f) Maryse a besoin d'une nouvelle paire de skis alpins. Elle décide d'aller chez « Sports plus » où elle pourra profiter d'un rabais de 35 %. Les skis que Maryse désire coûtent 325,95 \$. Quelle expression permet de calculer le prix après réduction (ne pas inclure les taxes)?

Exercice 34

Résoudre (avec toutes les étapes de résolution de problèmes)

- a) Sur un maximum de 70 points, un élève en a obtenu 35. Quel est son résultat en pourcentage ?

- b) 18 personnes sur 60 ne fument pas. Quelle est, en pourcentage (%), la fraction des personnes qui ne fument pas?

- c) 18 personnes sur 60 ne fument pas. Quelle est, en pourcentage (%), la fraction des personnes qui fument?

- d) Il y a beaucoup d'élèves dans la classe de Chantal. Il y a 13 filles sur un total de 42. Quel est le pourcentage de garçons dans la classe?

- e) Il y a beaucoup d'élèves dans la classe de Chantal. Il y a 13 filles sur un total de 42. Quel est le pourcentage de filles dans la classe?

- f) À mon école, il y a 310 élèves dont 48 vietnamiens, 110 africains, 60 américains et le reste sont des canadiens. Quel est le pourcentage d'élèves canadiens?
- g) Lucie a complété 25 % des 80 pages de son cahier d'exercices. Combien de pages Lucie a-t-elle complétées ?
- h) Marie gagne 295 \$ par semaine. Elle veut mettre à la banque 5 % de ce montant. Combien économisera-t-elle chaque semaine ?
- i) Éric est aide-menuisier pour un important entrepreneur. Ses cotisations syndicales équivalent à 1,4% de son salaire brut (528 \$ par semaine). Quel est le montant retenu sur sa paie chaque semaine pour cotisations syndicales?
- j) Le patron de Sylvie lui verse 4% de son salaire annuel (17 500 \$) pour les vacances d'été. Combien d'argent Sylvie reçoit-elle pour ses deux semaines de vacances ?
- k) Vous placez un capital de 600 \$ dans un compte d'épargne (sans opération) à 7 % d'intérêt par année. Quel sera le montant de l'intérêt que vous recevrez à la fin de cette année ?

- l) Le salaire annuel de René est de 17 800 \$. Cette année, il y aura une indexation des salaires au coût de la vie de 2,5%. Quel sera le nouveau salaire de René ?
- m) Julie s'est achetée une jupe, une veste et des souliers pour un montant total de 125\$. Elle aura droit à un rabais de 20% mais devra quand même payer les taxes de vente. Quel montant a-t-elle déboursé pour ses achats? Note : TPS = 5% et TVQ = 9,975%.
- n) Sophie achète des parfums pour ses amis pour un montant total de 250\$ avant taxes. Si elle remet 3 billets de 100\$ à la caissière, combien la caissière lui remettra-t-elle d'argent? Note : TPS = 5% et TVQ = 9,975%.
- o) Les ailes de poulets se vendent 8,99\$ la boîte chez IGA et les mêmes ailes de poulet sont en spécial chez Provigo : 9,99\$ mais avec un rabais de 20%. Est-il mieux d'acheter chez IGA ou chez Provigo? Et combien d'argent va-t-on épargner?
- p) Georges a confectionné 500 bagels et vend 20% de sa production à Super C et 15% de ce qui lui reste à des restaurateurs. Combien de bagels n'ont pas été vendus?

I.11 Les taux

Définissons d'abord ce qu'est un **taux**.

Un **taux** est la comparaison, sous forme de rapport, de deux quantités qui sont de nature différente ou qui sont exprimées dans des unités différentes.

Exemple

Le 15 décembre 2015, 113 \$ CAD s'échangeaient pour 100 \$ USD.

Le taux correspondant était de $\frac{113 \$ \text{ CAD}}{100 \$ \text{ USD}}$.

Taux unitaire

Un taux unitaire est un taux dont le dénominateur vaut 1.

C'est le résultat de la division du numérateur par le dénominateur.

Exemple

40 litres d'essence coûtent 50 \$.

Le taux unitaire correspondant est de $\frac{50 \$ \div 40}{40 \text{ L} \div 40} = \frac{1,25 \$}{1 \text{ L}}$ ou 1,25 \$ / L.

Définissons maintenant les taux les plus souvent utilisés dans le domaine financier.

Taux d'imposition

C'est un pourcentage du salaire brut que les gouvernements fédéral et provincial prélèvent.

Taux d'intérêt

C'est le pourcentage que l'on perçoit sur une somme placée soit dans une institution financière ou une corporation. C'est aussi le pourcentage d'une somme empruntée que l'on paie (prêt hypothécaire, automobile, étudiant, etc.) à une institution financière ou à une personne.

Taux horaire

C'est le montant d'argent accordé pour une heure de travail.

Taux hypothécaire

C'est un pourcentage que l'institution financière prend sur une somme prêtée (hypothèque) pour l'achat d'une maison.

Si on appliquait maintenant cette théorie ?

Exemple 1

Marie achète 2 sacs de croustilles pour 5 \$. Le taux correspondant est de $\frac{5 \$}{2 \text{ sacs}}$.

Le taux unitaire sera le résultat de cette division $\frac{5 \$}{2 \text{ sacs}}$.

Alors quel est le prix d'un sac de croustilles ?

Solution

$$\frac{5 \div 2}{2 \div 2} = \frac{2,5}{1} \text{ donc 1 sac de croustilles coûte 2,50 \$}.$$

Exemple 2

Henri a gagné 500 \$ pour 25 heures travaillées.

Quel est son taux horaire ?

Solution

Le taux horaire correspond au montant d'argent accordé pour une heure de travail

$$\text{donc : } \frac{500 \$}{25 h} = \frac{20}{1} = 20 \$ / \text{heure}$$

Exemple 3

Un chauffeur de taxi a mis 2 heures pour parcourir un trajet de 210 km.

Le taux unitaire est de $\frac{210 \text{ km}}{2h} = 105 \text{ km} / h$

Exercice 35

Traiter les situations suivantes en indiquant votre démarche. Arrondir le résultat au centième près.

- a) Un jeu de 4 pneus d'hiver se vend 889,00 \$ dans un magasin spécialisé. À quel prix revient un de ces pneus d'hiver ?

- b) Un paquet de 6 muffins au bleuet se vend 4,80 \$ dans un supermarché. À quel prix revient un muffin ?

- c) Pour son voyage à Londres, Francine a échangé 1800 \$ CAD pour 1540 euros. Calculer le taux de change du moment.

- d) Un ensemble de 4 chaises coûte 676 \$. Quel est le prix d'une chaise ?

- e) Mélissa a reçu 28,60\$ d'intérêt après un an. Elle avait placé un capital de 250 \$ dans une affaire qui comportait beaucoup de risques. Cela correspond à quel taux d'intérêt ?
- f) Diane est gérante d'une boutique de chaussures. Elle travaille 35 heures par semaine et reçoit un salaire brut de 840 \$. À quel taux horaire Diane est-elle payée ?
- g) Carl veut placer 1300\$ à la banque. La Banque Royal lui offre un taux d'intérêt de 2,4% alors que la Banque RBC lui offre un taux d'intérêt de 2,8%. Combien de dollars de plus lui rapporterait un placement chez la Banque RBC?
- h) Durant ses vacances d'été, Martin a travaillé et a gagné 1 600\$. Il place cette somme à la Banque du Savoir où on lui paie un intérêt de $6\frac{1}{2}\%$ par année. Quel sera le montant inscrit dans son livret de banque à la fin de l'année ?

I.12 Relation de proportionnalité directe et méthode de retour à l'unité

Relation de proportionnalité directe

Une relation entre deux grandeurs est dite relation de proportionnalité directe lorsque les deux grandeurs varient selon le même rapport.

Par exemple, si l'une des quantités double, l'autre quantité double aussi; si l'une des quantités diminue de moitié, l'autre quantité diminue de moitié aussi.

Exemple

Une orange coûte 0,89 \$. Combien coûteront 6 oranges ?

La relation entre le nombre d'oranges et le coût à payer est une relation de proportionnalité directe, puisque le coût augmente dans le même rapport que le nombre d'oranges ; 6 oranges coûteront donc 6 fois plus qu'une orange.

Méthode de retour à l'unité

La méthode de retour à l'unité consiste à déterminer la valeur d'un élément, pour ensuite multiplier cette valeur par le nombre d'éléments.

Exemple

2 paires de chaussettes orthopédiques coûtent 22,50 \$.

Combien coûteront 5 paires de chaussettes ?

On applique la méthode de retour à l'unité.

2 paires de chaussettes coûtent 22,50 \$

1 paire de chaussettes coûte $22,50 \$ \div 2$, soit 11,25 \$.

5 paires de chaussettes coûteront $5 \times 11,25 \$$, soit 56,25 \$.

Appliquons maintenant cette théorie dans les exemples suivants .

Exemple 1

Ali paie 12,50 \$ pour 10 litres d'essence ordinaire.

S'il met 40 litres dans le réservoir de sa voiture, le prix à payer va-t-il augmenter ou diminuer ?

Solution

Le prix à payer va augmenter, car le nombre de litres d'essence **augmente**. En effet, si Ali met 4 fois plus de litres d'essence dans son réservoir, il va payer 4 fois plus cher. C'est une **relation de proportionnalité directe**.

Exemple 2

Pour 12 heures travaillées, Simonne a gagné 264,00 \$. La semaine prochaine, elle travaillera 45 heures.

Quel sera le salaire de Simonne la semaine prochaine ?

Solution

On applique la méthode de retour à l'unité.

12 heures travaillées donnent un salaire de 264,00 \$.

1 heure travaillée donne 12 fois moins : $264,00 \$ \div 12$, donc 22 \$ / h.

45 heures travaillées donneront 45 fois plus : $45 \times 22 \$$, donc 990,00 \$.

Mettez maintenant en pratique ces nouvelles connaissances dans l'exercice suivant.

Exercice 36

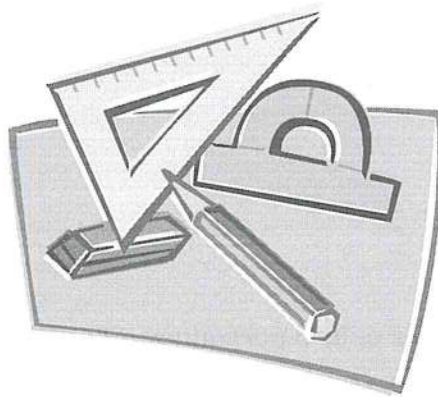
- a) La distance qui sépare la ville de Montréal et la ville de Trois-Rivières est de 4,5 cm sur une carte routière et de 140 km dans la réalité. Quelle est la distance qui sépare la ville de Montréal et la Ville de Québec si, sur la même carte routière, elles sont distantes de 8 cm ?

- b) Il y a une semaine, Nadine a payé 5,90 \$ de TPS pour un achat de 60 \$. Cette semaine, elle prévoit faire un achat de 310 \$. Quel montant de TPS devra-t-elle alors payer ?

- c) La recette de crêpes pour 6 personnes qu'utilise habituellement Samiah demande 4 œufs. De combien d'œufs aura-t-elle besoin pour servir des crêpes à 15 personnes ?

- d) 5 pièces de 25 cents pèsent 22 grammes. Combien de pièces de 25 cents faut-il pour faire un poids de 946 grammes ?

II-



Représentations géométriques

II.1-Point, droite, demi-droite, segment de droite

Le premier élément de base de la géométrie est le point. Celui-ci est défini comme étant une figure sans dimension, c'est-à-dire sans longueur, ni largeur, ni hauteur. Nous le désignerons par une lettre majuscule.



Si nous alignons une infinité de points, nous obtenons **une droite**.



Droite AB



droite d

La droite est définie comme un ensemble de points alignés et elle est illimitée dans les deux sens.

Lorsque nous limitons la droite d'un côté, nous obtenons une **demi-droite**.



A B

Demi-droite BA



A B

demi-droite AB

La demi-droite est une portion de droite illimitée dans un sens et limitée dans l'autre.

Lorsque nous limitons la droite dans les deux sens, nous obtenons un **segment de droite**.



A B

Segment de droite AB ou $\overline{AB}$

Le segment de droite est une portion de droite limitée dans les deux sens.

Exercice 37

Donner la notation appropriée à chacune des figures suivantes.

a) ● A

b) 
B C

c) 
D E

d) 
F G

e) 
H I

f)  j

II.2-Types de droites

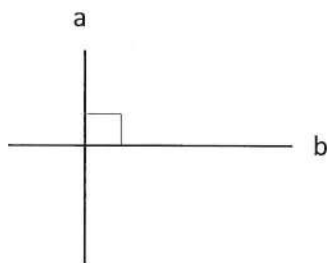
Parallèles, sécantes et perpendiculaires

Il existe deux types de droites : les droites qui se croisent et celles qui ne se croisent pas.

Les droites qui ne se croisent pas même lorsqu'on les prolonge sont dites **parallèles** (la notation est $a \parallel b$).

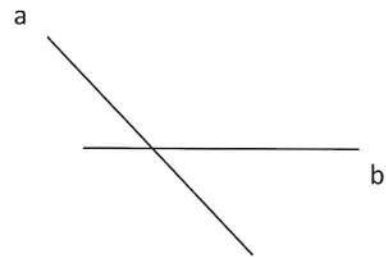


Si une droite en croise une autre, nous disons de ces droites qu'elles sont sécantes. Lorsque deux sécantes se croisent à angle droit, nous disons de ces droites qu'elles sont sécantes perpendiculaires; sinon elles sont sécantes non perpendiculaires.



Sécantes perpendiculaires

(la notation est $a \perp b$)

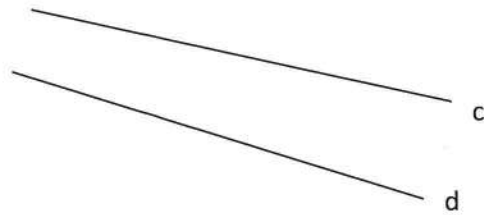


sécantes non perpendiculaires

Exercice 38

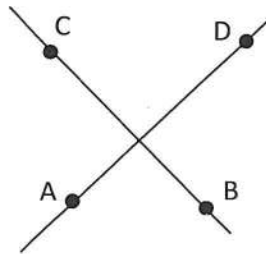
Vérifier si les droites suivantes sont parallèles, sécantes non perpendiculaires ou sécantes perpendiculaires.

a)



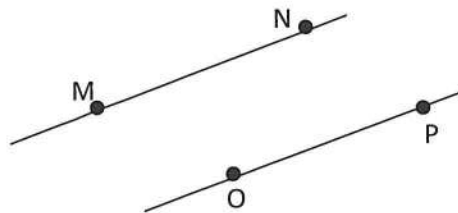
Réponse : _____

b)



Réponse : _____

c)

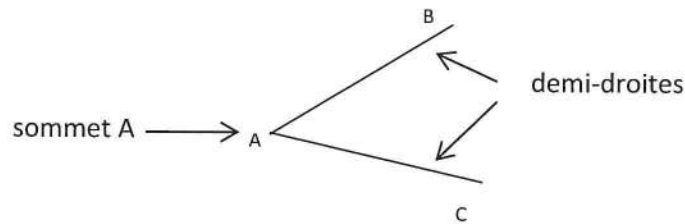


Réponse : _____

II.3- Les angles

II.3-a) Définition

D'abord commençons par définir un angle. C'est une figure géométrique formée par deux droites qui se rencontrent en un point commun. Les deux droites sont les côtés de l'angle; le point commun est le sommet.



Comment nommer un angle ?

Le sommet de l'angle de la figure ci-dessus est le point A. Il y a deux façons de nommer un angle :

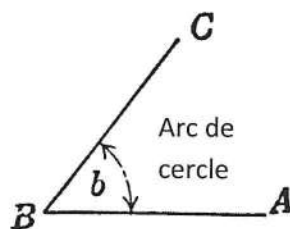
1. Par une seule lettre, soit celle du sommet. Ici nous pouvons le nommer l'angle A : notation $\angle A$
2. Par trois lettres, celle du sommet étant au centre et les deux autres de chaque côté du sommet. Le même angle se nomme $\angle BAC$ ou $\angle CAB$.

II.3- b) Comment mesurer un angle ?

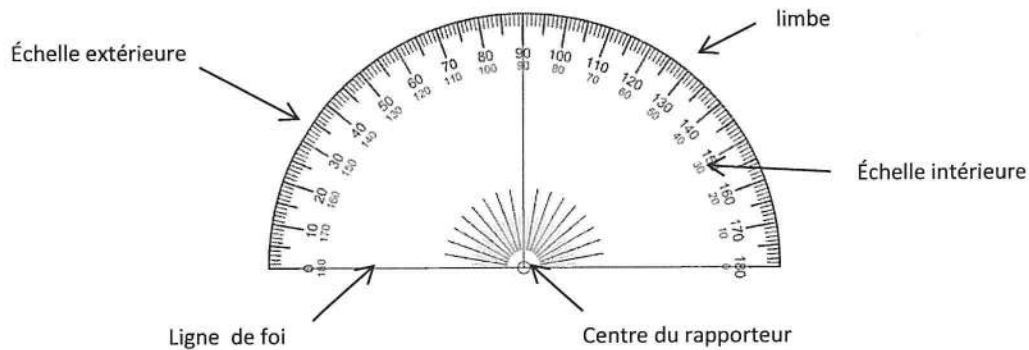
Mesurer un angle signifie déterminer la valeur de l'ouverture entre les deux côtés sans tenir compte de leur longueur. Nous utilisons le degré ($^\circ$) comme unité de mesure. Ainsi, les angles suivants ont la même mesure.



L'identification de l'angle se fait à l'aide d'un arc de cercle. Pour désigner l'angle ABC suivant, nous utilisons un arc de cercle à l'intérieur de celui-ci.



Pour mesurer un angle, nous avons besoin d'un instrument appelé le **rapporteur d'angles**. Voici sa représentation et ses éléments importants.



Lorsque nous désirons mesurer un angle, nous devons respecter certaines consignes.

Un exemple pour mesurer un angle vous est proposé ci-dessous. Afin de mesurer un angle à l'aide d'un rapporteur d'angle, il suffit de suivre les étapes suivantes :

Étape 1 : On place l'origine du rapporteur (le point milieu du demi-cercle) sur le sommet de l'angle.

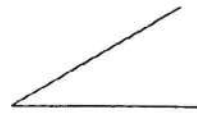
Étape 2 : On aligne la ligne de foi (ligne du zéro) du rapporteur avec l'un des côtés de l'angle.

Étape 3 : On lit la mesure de l'angle à l'endroit où le deuxième côté de l'angle rencontre les graduations (lignes) du rapporteur. Selon qu'il s'agit d'un angle aigu ou d'un angle obtus, on lira la mesure de l'angle sur l'une ou l'autre des échelles de degré. On écrira $m \angle A$ où m : mesure

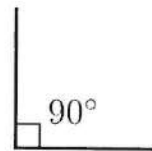
Surtout, n'hésitez pas à consulter votre enseignant pour avoir plus de détails sur la construction d'un angle.

Selon leur mesure, les angles sont définis ainsi :

- **Angle aigu** : angle non nul dont la mesure est inférieure à 90 degrés (plus petit que 90 °).



- **Angle droit** : angle dont la mesure est de 90 degrés (90°).



- **Angle obtus** : angle dont la mesure est comprise entre 90 et 180 degrés (plus grand que 90° mais plus petit que 180°).



- **Angle plat** : angle dont la mesure est de 180 degrés (180°).



Angles intérieurs de polygones :

Angles formés par deux côtés issus du même sommet. La somme des angles intérieurs de certains polygones est donnée dans ce tableau.

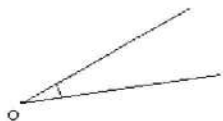
Polygone	Angles intérieurs
Triangle	180°
Quadrilatère	360°
Pentagone	540°
Hexagone	720°
Heptagone	900°
Octogone	1 080°

Source : www.recreotmath.net

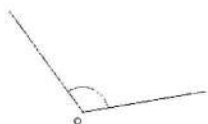
Exercice 39

Pour chacun des angles suivants, indiquer s'il s'agit d'un angle aigu, droit ou obtus.

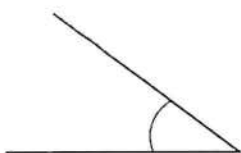
a)



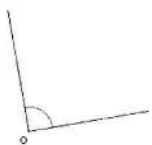
b)



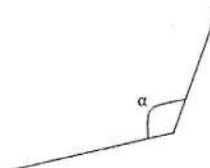
c)



d)



e)



Exercice 40

Construire à l'aide d'un rapporteur les angles suivants et nommer l'angle obtenu (aigu, obtus plat ou droit)

a) Un angle de 147°

b) Un angle de 26°

c) Un angle de 95°

Exercice 41

Indiquer le nombre d'angles intérieurs contenus dans les figures suivantes et indiquer si ces angles sont droits, aigus ou obtus.

a) _____



b) _____



c) _____



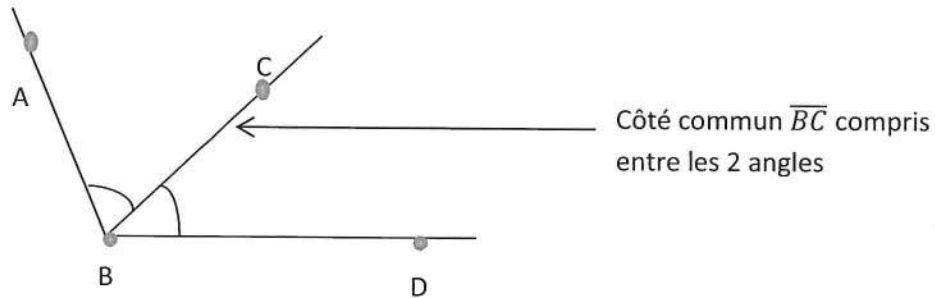
d) _____



II.3- c) Position d'angles

Angles adjacents

Prenons deux angles et approchons-les jusqu'à ce que nous obtenions la représentation suivante.



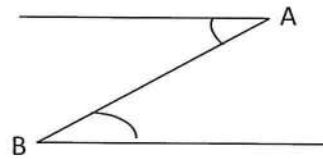
Deux angles sont adjacents si :

- Ils ont un même sommet;
- ils ont un côté commun compris **entre** les deux angles.

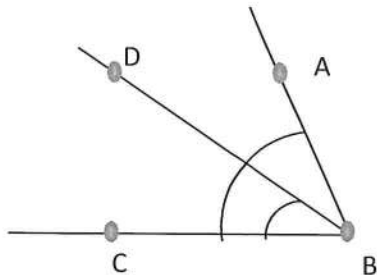
Ainsi, $\angle ABC$ est adjacent à $\angle CBD$.

Par contre, les angles ne sont pas adjacents s'ils ne respectent pas les deux conditions.

Non adjacents : ils n'ont pas le même sommet.



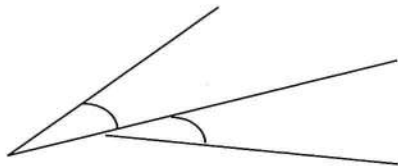
Non adjacents : le côté commun $\overrightarrow{CB}$ n'est pas placé entre les deux angles.



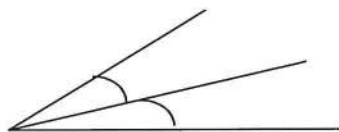
Exercice 42

Dire si les angles sont adjacents et justifier votre réponse.

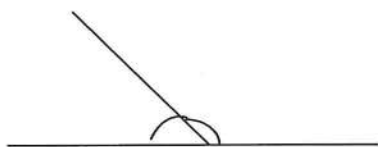
a)



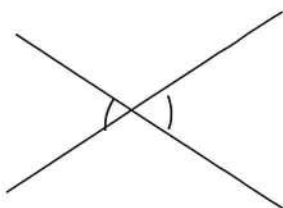
b)



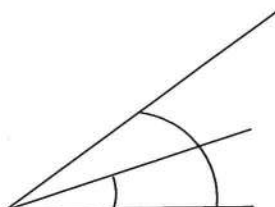
c)



d)

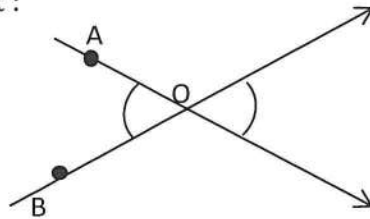


e)



Angles opposés par le sommet

Soit l'angle AOB suivant :



Qu'arrive-t-il si l'on prolonge les côtés $\overline{AO}$ et $\overline{OB}$?

L'angle obtenu a-t-il la même mesure que le premier ?

Mesurons-les. Les deux angles mesurent _____° .

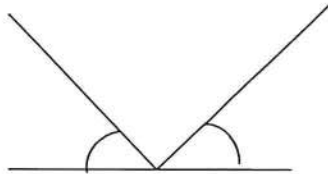
De tels angles sont appelés angles opposés par le sommet.

Deux angles sont opposés par le sommet lorsqu'ils ont le même sommet et que le prolongement des côtés de l'un forme les côtés de l'autre. Les angles opposés par le sommet sont toujours congrus.

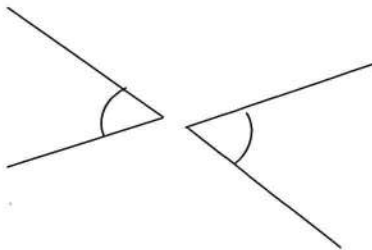
Exercice 43

Dire pourquoi les angles suivants ne sont pas opposés par le sommet.

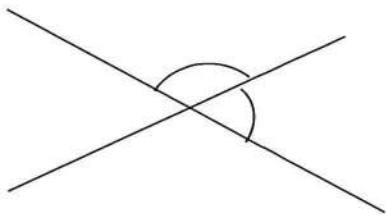
a)



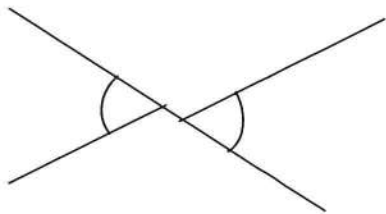
b)



c)



d)



II.3- d) Catégories d'angles

Angles congrus, complémentaires et supplémentaires

Deux angles ayant la même mesure sont dits congrus.

Deux angles dont la somme des mesures est 180° sont dits supplémentaires. Nous pouvons alors dire que l'un est le supplément de l'autre.

Deux angles dont la somme des mesures est 90° sont dits complémentaires. Nous disons alors qu'un angle est le complément de l'autre.

Quel nom donne-t-on à deux angles de 45° ? Sont-ils congrus ou complémentaires ?
Ils sont congrus, car ils ont la même mesure, et complémentaires, car la somme de leurs mesures donne 90° .

Il en est de même pour deux angles droits; nous disons qu'ils sont congrus et supplémentaires.

Exercice 44

Préciser la nature des angles suivants (complémentaires, supplémentaires, congrus).

- a) $m \angle ABC = 55^\circ$ et $m \angle DEF = 55^\circ$ _____
- b) $m \angle GHI = 35^\circ$ et $m \angle JKL = 55^\circ$ _____
- c) $m \angle MNO = 75^\circ$ et $m \angle PQR = 105^\circ$ _____
- d) $m \angle RST = 45^\circ$ et $m \angle UVW = 45^\circ$ _____
- e) $m \angle EKO = 90^\circ$ et $m \angle PVL = 90^\circ$ _____
- f) $m \angle QNT = 27^\circ$ et $m \angle OPM = 63^\circ$ _____

Exercice 45

Calculer le complément et le supplément des angles suivants.

a) $m \angle ABC = 55^\circ$ complément : _____

supplément : _____

b) $m \angle DEF = 27^\circ$ complément : _____

supplément : _____

c) $m \angle GHI = 79^\circ$ complément : _____

supplément : _____

d) $m \angle JKL = 122^\circ$ complément : _____

supplément : _____

e) $m \angle MNO = 49^\circ$ complément : _____

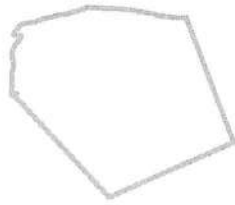
supplément : _____

f) $m \angle PQR = 90^\circ$ complément : _____

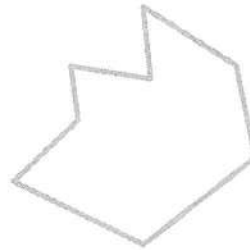
supplément : _____

II.4-Les polygones

Un polygone est une figure géométrique fermée dont tous les côtés (arêtes) sont droits. Si la figure géométrique comporte un côté courbe, on ne peut l'appeler polygone.



Ceci n'est pas un polygone



Polygone

II.4-a) Les quadrilatères

Un quadrilatère est un polygone qui a 4 côtés et donc 4 sommets. Par exemple : le carré, le rectangle, le losange, le parallélogramme, ...

Avant d'examiner les caractéristiques des quadrilatères les plus communs définissons un terme associé à ceux-ci : **la diagonale**.

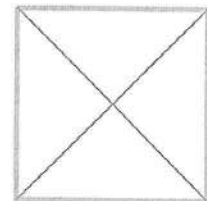
On appelle diagonale d'un polygone tout segment reliant deux sommets non consécutifs. Un polygone à 4 côtés possède donc 2 diagonales.

Voyons les caractéristiques des quadrilatères les plus communs.

❖ Le carré

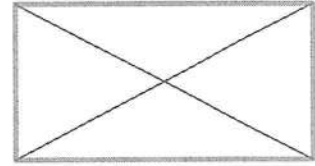
Particularités :

- 4 côtés congrus (égaux)
- 4 angles droits (90°)
- 2 diagonales congrues qui se coupent perpendiculairement (en angles de 90°)



❖ Le rectangle

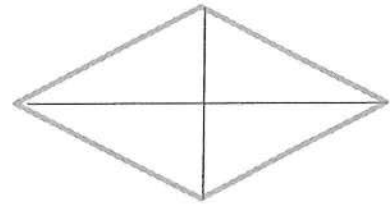
Particularités :



- 4 côtés, congrus 2 à 2, c'est-à-dire que les côtés opposés (face à face) sont égaux.
- 4 angles de 90° (angles droits).
- 2 diagonales de même longueur, mais qui ne se coupent pas en angles de 90° (elles ne sont pas perpendiculaires).

❖ Le losange

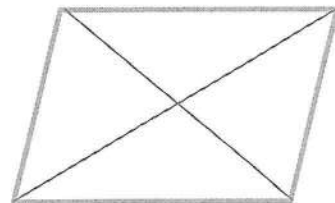
Particularités :



- 4 côtés égaux comme le carré.
- Il n'a pas d'angles droits, 2 angles aigus et 2 angles obtus.
- 2 diagonales de longueur différente, mais qui se coupent perpendiculairement (90°) en leur milieu.

❖ Le parallélogramme

Particularités :



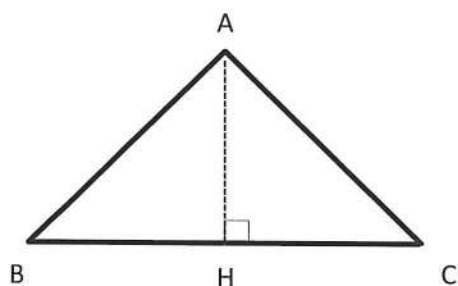
- 4 côtés, congrus 2 à 2, c'est-à-dire que les côtés opposés (face à face) sont égaux.
- Il n'a pas d'angles droits, 2 angles aigus et 2 angles obtus.
- 2 diagonales de longueur différente qui ne se coupent pas en angles de 90° (elles ne sont pas perpendiculaires).

II.4- b) Les triangles

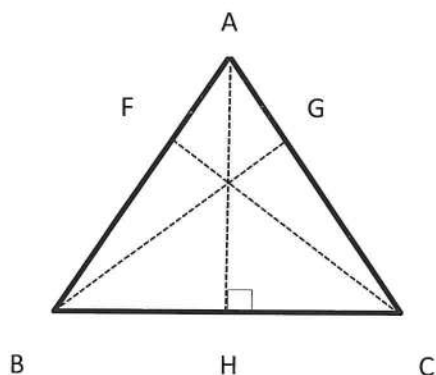
Un triangle est un polygone qui a 3 côtés (3 arêtes) et donc 3 sommets.

Avant d'examiner les caractéristiques des triangles les plus communs, définissons un terme associé à ceux-ci : **la hauteur**.

Par définition, **la hauteur d'un triangle est la perpendiculaire abaissée d'un sommet sur le côté qui lui est opposé ou sur son prolongement**. Dans le triangle ABC suivant, le segment AH est la hauteur issue du sommet A.



Puisque le triangle possède 3 sommets, il possède aussi 3 hauteurs. Elles sont représentées sur la figure suivante.



$\overline{AH}$, $\overline{BG}$ et $\overline{CF}$ sont les hauteurs du triangle ABC.

Examinons maintenant les différents types de triangles!

❖ Triangle quelconque, triangle scalène

Particularités :

- 3 côtés de longueurs différentes
- 3 angles de mesures différentes



❖ Triangle rectangle

Particularités :

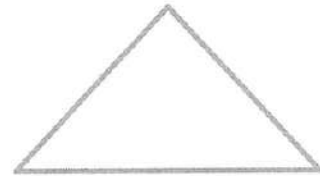
- 3 côtés de mesures différentes.
- 1 angle de 90°
- C'est la moitié d'un rectangle.



❖ Triangle isocèle

Particularités :

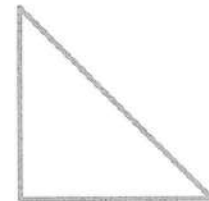
- 2 côtés égaux.
- 2 angles égaux.



❖ Triangle rectangle isocèle

Particularités :

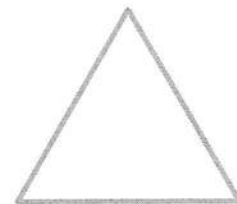
- 2 côtés égaux.
- 2 angles égaux de 45°
- 1 angle de 90°



❖ Triangle équilatéral

Particularités :

- 3 côtés égaux.
- 3 angles égaux de 60°

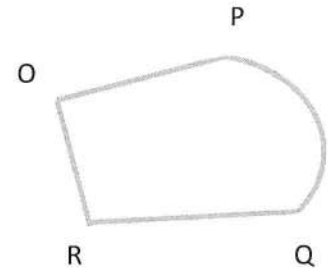


Exercice 46

Entourer les bonnes réponses en rouge :

a) OPQR est :

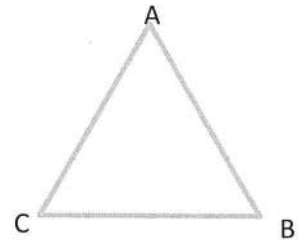
Une figure géométrique :	☐ oui	☐ non
Un polygone :	☐ oui	☐ non
Un quadrilatère :	☐ oui	☐ non
Un parallélogramme :	☐ oui	☐ non



(Si c'est un parallélogramme, surligner les côtés face à face parallèles)

b) ABC est :

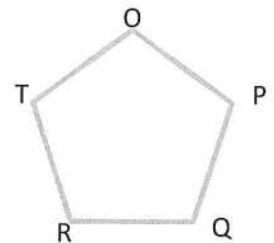
Une figure géométrique :	☐ oui	☐ non
Un polygone :	☐ oui	☐ non
Un quadrilatère :	☐ oui	☐ non
Un parallélogramme :	☐ oui	☐ non



(Si c'est un parallélogramme, surligner les côtés face à face parallèles)

c) OPQRT est :

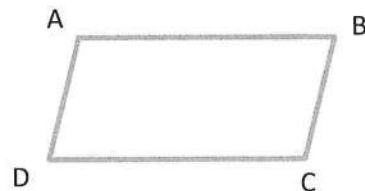
Une figure géométrique :	☐ oui	☐ non
Un polygone :	☐ oui	☐ non
Un quadrilatère :	☐ oui	☐ non
Un parallélogramme :	☐ oui	☐ non



(Si c'est un parallélogramme, surligner les côtés face à face parallèles)

d) ABCD est :

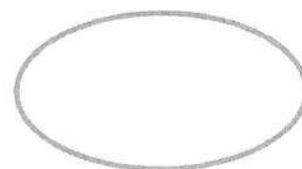
Une figure géométrique :	oui	non
Un polygone :	oui	non
Un quadrilatère :	oui	non
Un parallélogramme :	oui	non



(Si c'est un parallélogramme, surligner les côtés face à face parallèles)

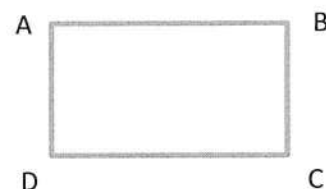
e) Ceci est :

Une figure géométrique :	oui	non
Un polygone :	oui	non
Un quadrilatère :	oui	non
Un parallélogramme :	oui	non



f) ABCD est :

Une figure géométrique :	oui	non
Un polygone :	oui	non
Un quadrilatère :	oui	non
Un parallélogramme :	oui	non



(Si c'est un parallélogramme, surligner les côtés face à face parallèles)

g) OPQ est :

Une figure géométrique :	oui	non
Un polygone :	oui	non
Un quadrilatère :	oui	non
Un parallélogramme :	oui	non

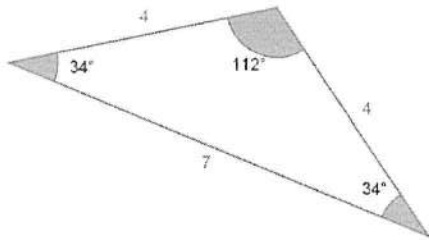


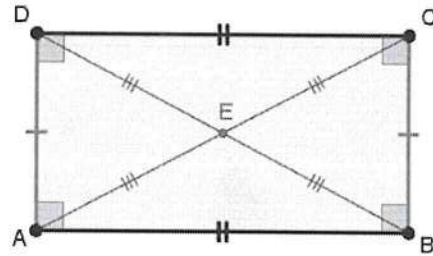
(Si c'est un parallélogramme, surligner les côtés face à face parallèles)

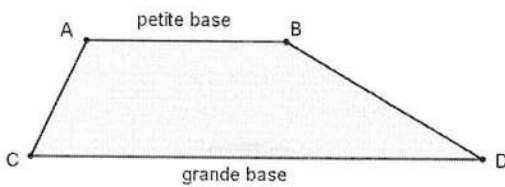
Exercice 47

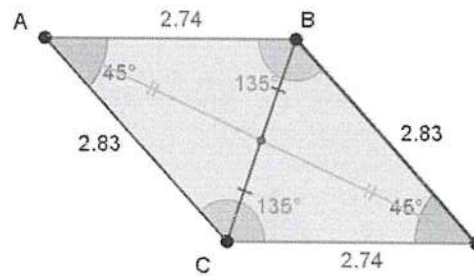
Nommer les polygones suivants.

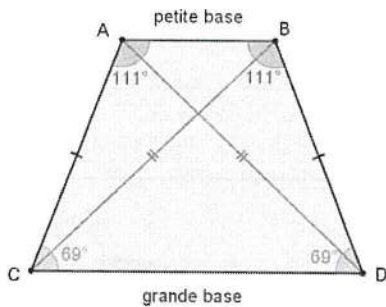
CHOIX: Triangle rectangle, Triangle scalène, Triangle équilatéral, Triangle isocèle, Triangle rectangle isocèle, Rectangle, parallélogramme, losange, Trapèze scalène, Trapèze rectangle, Trapèze isocèle, Cercle, carré.

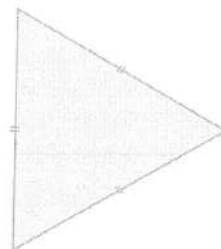


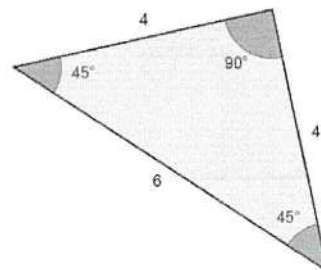
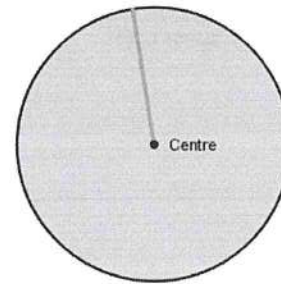
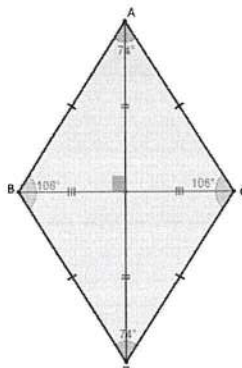
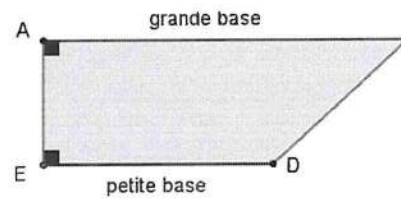
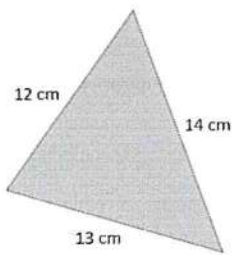
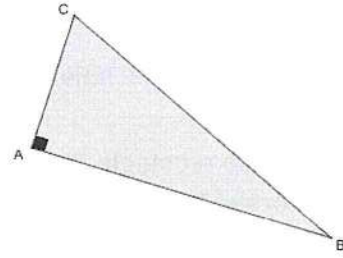
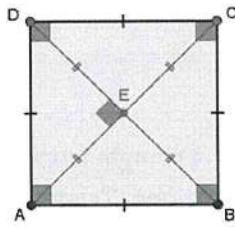












Exercice 48

Qui suis-je?

CHOIX : Triangle rectangle, Triangle scalène, Triangle équilatéral, Triangle isocèle, Triangle rectangle isocèle, Rectangle, parallélogramme, losange, Trapèze, Trapèze scalène, Trapèze rectangle, Trapèze isocèle, Cercle, Quadrilatère, rayon, polygone, Triangle, carré.

NOTE : *Utiliser les figures de l'exercice 36 pour vous aider;

*Le chiffre entre parenthèse indique le nombre de figures à trouver pour chaque énoncé.

- a) Je suis un polygone composé de trois côtés et trois angles et la somme de mes angles intérieurs est toujours égale à 180 degrés (1) : _____
- b) Je possède quatre côtés (1) : _____
- c) Mes côtés opposés sont parallèles et égaux deux à deux (4) : _____

- d) Je possède quatre angles droits et mes diagonales sont isométriques et se coupent en leur milieu (2) : _____
- e) Je possède quatre côtés congrus, quatre angles droits et mes côtés sont parallèles deux à deux (1) : _____
- f) Mes diagonales sont perpendiculaires et se coupent au milieu (2) : _____

- g) Je suis une ligne courbe dont chaque point est à égale distance du centre (1) : _____

- h) Je possède une grande et petite base et mes deux autres côtés sont congrus (1) : _____

- i) Je possède quatre côtés dont deux sont parallèles. Le grand côté est appelé 'grande base', le petit, 'petite base' (1) : _____
- j) Mes trois angles mesurent 60 degrés (1) : _____

- k) Je possède deux angles droits et deux côtés parallèles non congrus (1) : _____

- l) Je possède 2 paires de côtés opposés congrus (4) : _____

- m) Aucun de mes trois côtés n'a la même mesure (2) : _____

- n) Je suis une figure plane formée par une ligne brisée fermée (1) : _____
- o) Mes quatre côtés sont congrus (2) : _____
- p) Mes angles opposés sont congrus (4) : _____

- q) Mes diagonales ne sont pas congrues, se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires (1) : _____
- r) Je possède une paire de côtés parallèles non isométriques et mes deux autres côtés ne sont pas parallèles ni congrus (1) : _____
- s) Mes diagonales ne sont pas congrues (4) : _____

- t) Je possède trois côtés et trois angles congrus (1) : _____
- u) Mes diagonales se coupent en leur milieu mais ne sont pas perpendiculaires (2) : _____

- v) Deux de mes trois côtés sont congrus (1) : _____
- w) Je possède deux angles droits et aucun de mes côtés n'est congru (1) : _____

- x) La somme de mes angles intérieurs est de 360 degrés (1) : _____
- y) Je possède un angle droit et mes trois côtés ne sont pas congrus (1) : _____

z) Mes quatre côtés sont congrus, mes diagonales se coupent au milieu et sont perpendiculaires et je possède deux angles aigus et deux angles obtus (1) : _____

aa) Je possède deux paires de côtés parallèles, mes diagonales non congrues se coupent au milieu et ne sont pas perpendiculaires (1) : _____

bb) Mes côtés opposés sont congrus et parallèles deux à deux et mes diagonales sont congrues et se coupent au milieu mais ne sont pas perpendiculaires (1) : _____

II.5-Le système métrique

Dans cette section, vous réviserez certaines formules d'aire et de périmètre des principaux quadrilatères, des triangles et du cercle. Pour effectuer ces calculs, vous devez maîtriser le système métrique; un aide-mémoire vous aiderait sûrement !

Le système métrique est très simple, car il se base sur le **système décimal**. Cela signifie que chaque unité de mesure est dix fois plus grande que la précédente. Il suffit de retenir comment est située chacune des unités de mesure par rapport au mètre, qui est l'unité de base. Le tableau qui suit présente les unités de mesure de longueur et leurs équivalences par rapport à 1 mètre.

				X 10	X 10	X 10
Kilomètre (km)	Hectomètre (hm)	Décamètre (dam)	Mètre (m)	Décimètre (dm)	Centimètre (cm)	Millimètre (mm)
0,001	0,01	0,1	1	10	100	1 000
	÷ 10	÷ 10	÷ 10			

Vous remarquerez que chaque terme comporte un **préfixe** qui indique l'ordre de grandeur, suivi du mot **mètre**. Ainsi, kilomètre est formé de **kilo**, qui veut dire 1 000, suivi du mot mètre : il vaut donc 1 000 mètres. Le préfixe **déci** signifie divisé par 10 (ou un dixième) : un décimètre vaut donc un dixième de mètre, car il est dix fois plus petit. Facile, n'est-ce pas ? On utilise le plus souvent une abréviation de ces unités de mesure. Celle-ci se compose de la première lettre du mot et de la lettre m, qui signifie mètre.

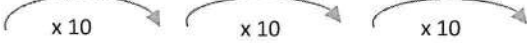
Abréviations utilisées pour les unités de mesure de longueur	
Kilomètre : km	Décimètre : dm
Hectomètre : hm	Centimètre : cm
Décamètre : dam *	Millimètre : mm
Mètre : m	

* Pour le décamètre, on insère la lettre « a » au milieu pour différencier son abréviation de celle du décimètre.

Comment changer l'unité de mesure donnée

Les mesures les plus couramment utilisées sont le kilomètre, le mètre, le centimètre et le millimètre. Comme vous avez pu le constater en observant le tableau précédent, il suffit de multiplier une mesure par une puissance de 10 (10, 100, 1 000, ...) pour obtenir son équivalence dans une unité de mesure plus petite. À l'inverse, pour obtenir l'équivalence d'une unité de mesure donnée dans une unité plus grande, pour convertir par exemple des mètres en kilomètres, on doit diviser par une puissance de 10. Observez bien les exemples suivants.

Exemple : Exprimer 5,2 km en mètres.



Kilomètre (km)	Hectomètre (hm)	Décamètre (dam)	Mètre (m)	Décimètre (dm)	Centimètre (cm)	Millimètre (mm)
5,2	52	520	5 200			

On doit multiplier 5,2 km par 1 000, car le mètre est à trois cases à droite de celle des kilomètres, donc 1 000 fois plus petit.

5,2 km équivaut à **5 200 m**.

Exemple : Exprimer 35 cm en mètres.



Kilomètre (km)	Hectomètre (hm)	Décamètre (dam)	Mètre (m)	Décimètre (dm)	Centimètre (cm)	Millimètre (mm)
			0,35	3,5	35	

On doit diviser 35 cm par 100, car le mètre est à deux cases à gauche de celle des centimètres donc 100 fois plus grand.

35 cm équivaut à **0,35 m**.

À votre tour maintenant !

Exercice 49

Exprimer les unités de mesure données dans l'unité demandée.

- a) 12 km en _____ m
- b) 3,1 m en _____ cm
- c) 50 cm en _____ m
- d) 1 200 mm en _____ m
- e) 0,32 m en _____ mm
- f) 3 247 m en _____ km
- g) 241 cm en _____ m
- h) 2,61 km en _____ m
- i) 31 mm en _____ cm
- j) 0,283 km en _____ cm
- k) 7,2 m en _____ cm
- l) 89 cm en _____ mm
- m) 12,8 km en _____ m
- n) 3 430 cm en _____ m
- o) 834 m en _____ km
- p) 0,0125 km en _____ m

II.6-Le périmètre de certains quadrilatères

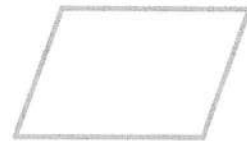
Vous savez déjà que l'on nomme « **quadrilatère** » tout polygone à quatre côtés. Vous réviserez ici les formules de **périmètre** des cinq quadrilatères suivants : le **carré**, le **rectangle**, le **parallélogramme**, le **trapèze** et le **losange**. Voici la représentation de chacun de ces quadrilatères.



carré



rectangle



parallélogramme



trapèze



losange

Calcul du périmètre

Le périmètre d'une figure géométrique est la longueur totale de son contour. Il est donc très facile de calculer le périmètre des quadrilatères énumérés précédemment, car il suffit de faire la somme des mesures de leurs quatre côtés. Les formules de périmètre qui existent sont en fait des raccourcis, car certains de ces quadrilatères comportent deux ou même quatre côtés congruents. Par exemple, pour le carré, qui comporte quatre côtés de même mesure, il est plus rapide de multiplier par 4 la mesure de l'un de ses côtés que d'additionner quatre fois la même mesure, ce qui donne le même résultat. Voici donc l'énoncé de ces formules de périmètre.

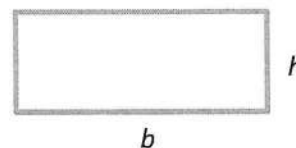
Périmètre du carré : $P = 4c$

Le carré comporte quatre côtés congruents. On multiplie donc la mesure d'un côté c par 4 pour obtenir la mesure de son contour.



Périmètre du rectangle : $P = 2 (b + h)$

Le rectangle comporte deux côtés parallèles congruents plus longs que les deux autres côtés parallèles, qui sont eux aussi congruents. C'est pourquoi on additionne la mesure d'une base b et d'une hauteur h puis on multiplie le résultat par 2 pour obtenir son périmètre.



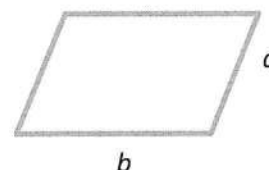
Périmètre du losange : $P = 4 c$

Le losange, tout comme le carré, comporte quatre côtés congruents. On calcule donc son contour de la même manière.



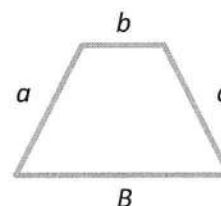
Périmètre du parallélogramme : $P = 2 (b + a)$

Le parallélogramme ressemble à un rectangle sans angles droits. La formule du périmètre lui ressemble aussi; le côté le plus long se nomme la base b et l'autre côté est représenté ici par la lettre a .



Périmètre du trapèze : $P = a + b + c + B$

Le trapèze comporte deux bases parallèles : la grande base B et la petite base b . Les deux autres côtés ne sont pas de même mesure (sauf dans le cas d'un trapèze isocèle); ils sont donc représentés ici par les lettres a et c .



Voici maintenant l'occasion de mettre en application toutes ces belles formules. Les exemples qui suivent vous prépareront pour les exercices qui concluent cette section.

Exemple : Mariette doit coudre un ruban autour d'une nappe rectangulaire qu'elle a confectionné. Quelle longueur doit-elle prévoir si la nappe mesure 1,60 m de longueur et 80 cm de hauteur ?

Solution

Dans ce problème, il est question d'un rectangle et de son contour; nous utiliserons donc la formule du périmètre d'un rectangle : $P = 2 (b + h)$ où $b = 1,60$ m et $h = 80$ cm.

$$80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$$

La longueur et la hauteur de la nappe ne sont pas données dans la même unité de mesure; nous devons convertir les centimètres en mètres avant de calculer.

$$P = 2 (1,60 + 0,80)$$

On insère les valeurs connues dans la formule et on calcule le périmètre en effectuant d'abord l'addition.

$$P = 2 \times 2,40$$

On termine avec la multiplication par 2.

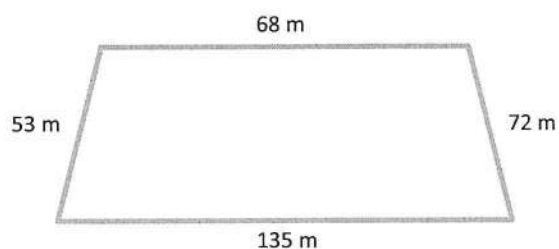
$$P = 4,80$$

On obtient le résultat.

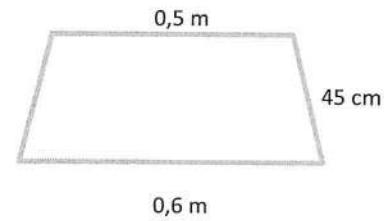
Mariette aura besoin de **4,80 m** de ruban pour faire le tour de sa nappe.
Faisons un deuxième exemple.

Exercice 50

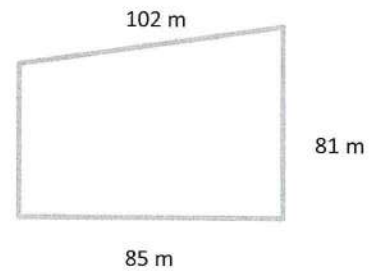
- a) De quelle longueur de clôture Arnold aura-t-il besoin pour entourer un terrain rectangulaire dont la longueur est de 38 m et la hauteur, de 22 m ?
- b) Dominique veut enjoliver son coussin en le bordant d'une lisière de dentelle. De quelle longueur de dentelle aura-t-elle besoin pour faire le tour de son coussin carré de 35 cm de côté ?
- c) Pour se tenir en forme, les frères Tremblay font quotidiennement quatre fois le tour d'un parc, dont voici un plan, au pas de course. Quelle distance les frères Tremblay parcourent-ils ainsi chaque jour ?



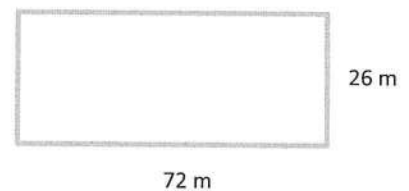
- d) Les coussins des chaises de la salle à manger d'Élizabeth sont en forme de trapèze isocèle, comme illustré ci-dessous. Quel est le périmètre de l'un de ses coussins ?



- e) Quelle est la longueur manquante du quadrilatère ci-dessous, sachant que le périmètre du quadrilatère mesure 360 m ?



- f) Chaque nuit, le gardien de nuit de la compagnie Uranus a l'habitude de faire quatre fois le tour du quadrilatère illustré ci-dessous. Quelle distance parcourt-il ainsi dans une semaine au cours de laquelle il travaille cinq nuits ?



II.7-Le périmètre du triangle et du cercle

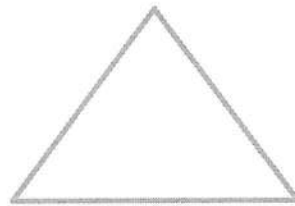
Le triangle

Il existe trois grandes catégories de triangles, lorsqu'on les classe selon la mesure de leurs côtés : les triangles scalènes, les triangles isocèles et les triangles équilatéraux. En voici une illustration de chacun :



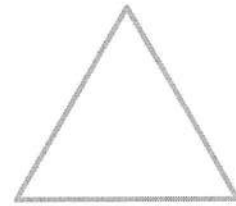
Triangle scalène

Mesures des côtés toutes différentes



Triangle isocèle

Deux côtés de même mesure
Deux angles de même mesure

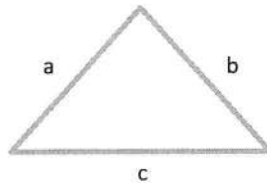


Triangle équilatéral

Trois côtés de même mesure
Trois angles de 60°

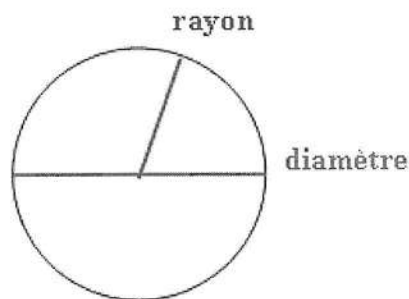
Pour calculer le périmètre d'un triangle, rien de plus facile : il suffit de faire la somme des mesures de ses trois côtés.

$$P = a + b + c$$



Le cercle

Le périmètre du cercle se nomme la **circonférence**. Chacun des points qui forment le cercle est situé à égale distance du centre de ce cercle. Cette distance se nomme le **rayon** du cercle. Le **diamètre** du cercle équivaut à deux fois la mesure du rayon, car un diamètre relie deux points du cercle en passant par son centre.



Il existe deux formules équivalentes pour calculer la circonférence d'un cercle; toutes deux comportent le nombre irrationnel π dont on utilise souvent la valeur arrondie, soit **3,14** dans les calculs.

Calcul de la circonférence en utilisant le rayon	Calcul de la circonférence en utilisant le diamètre
$C = 2 \pi r$	$C = \pi d$

Vous avez compris que $2 \times r = d$, d'où l'équivalence de ces deux formules ! Voyons maintenant un exemple d'application de cette formule.

Exemple : Sarah désire tracer un cercle ayant un rayon de 5 cm. Quelle sera la mesure de la circonférence de ce cercle ? (Utiliser 3,14 comme valeur arrondie de π).

$$C = 2 \pi r$$

$$C = 2 \times 3,14 \times 5$$

$$C = 31,4 \text{ cm}$$

Exercice 51

Résoudre les problèmes suivants. Si nécessaire, utiliser 3,14 comme valeur arrondie de π et arrondir le résultat au centième près.

a) Quelle est la circonférence d'une pièce de 25 cents dont le diamètre est de 2,3 cm ?

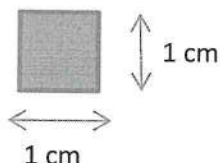
b) Combien le contour du doigt de Clara mesure-t-il si le diamètre de sa bague de fiançailles, qui lui va parfaitement, est de 1,2 cm ?

c) Une bicyclette est équipée de roues de 32 cm de rayon. Combien de tours chaque roue doit-elle faire pour permettre à la bicyclette de franchir une distance de 1 km ?

d) Le périmètre d'un panneau routier en forme de triangle équilatéral mesure 1,5 m. Quelle est la mesure d'un côté de ce panneau ?

II.8-Le calcul de l'aire de certains quadrilatères

Le périmètre d'une figure géométrique est une mesure de longueur qui s'exprime en millimètres, centimètres, mètres, etc. L'aire est une mesure de surface; elle est le résultat de la multiplication de deux mesures de longueur. Une mesure de surface s'exprime donc toujours en millimètres carré, centimètres carrés, mètres carrés, etc. On indique le carré en affectant l'unité de mesure de l'exposant 2, comme ceci : mm^2 , cm^2 , m^2 ... Voici la représentation d'un centimètre carré:



Pour convertir l'unité de mesure de surface donnée en une autre, il ne suffit pas de multiplier ou de diviser par 10, 100 ou 1 000 comme pour une unité de longueur. Par exemple, pour convertir 1 cm^2 en millimètres carrés, on doit multiplier par 10^2 , c'est-à-dire 100. Voici pourquoi :

$$\begin{aligned} 1 \text{ cm}^2 &= 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \\ &= 10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} \\ &= 100 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Ainsi, pour convertir 1 m en cm, on doit multiplier par 100; pour convertir 1 m^2 en centimètres carrés, on doit multiplier par 100^2 , donc 1 m^2 est égal à 10 000 cm^2 . Le tableau suivant indique les unités de mesure de surface et leurs équivalences par rapport à 1 m^2 .

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
0,000 001	0,0001	0,01	1	100	10 000	1 000 000

$\xrightarrow{\times 100}$ $\xrightarrow{\times 100}$ $\xrightarrow{\times 100}$

$\xleftarrow{\div 100}$ $\xleftarrow{\div 100}$ $\xleftarrow{\div 100}$

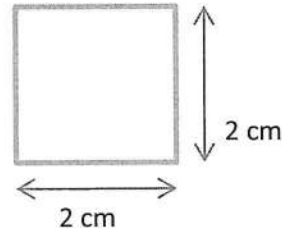
Pour calculer l'aire d'un quadrilatère, vous devez connaître la formule appropriée. Voici donc les formules pour calculer l'aire respective des cinq quadrilatères vus précédemment.

Aire du carré

$$A = c^2$$

$$A = 2 \times 2$$

$$A = 4 \text{ cm}^2$$



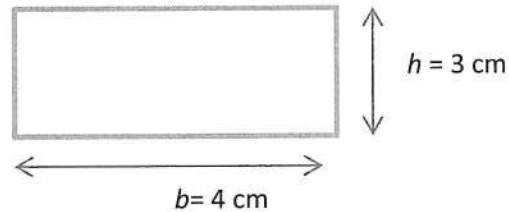
Si la base du carré mesure 2 cm et que sa hauteur mesure aussi 2 cm, son aire est égale à 4 cm².

Aire du rectangle

$$A = b \times h$$

$$A = 4 \times 3$$

$$A = 12 \text{ cm}^2$$

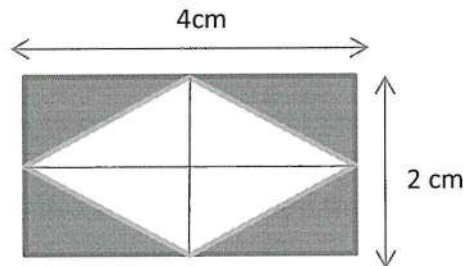


Si la base du rectangle (ou sa longueur) mesure 4 cm et que sa hauteur mesure 3 cm, son aire mesure 12 cm², comme on peut le voir sur la figure.

Aire du losange

$$A = \frac{D \times d}{2}$$

$$A = \frac{4 \times 2}{2} = 4 \text{ cm}^2$$



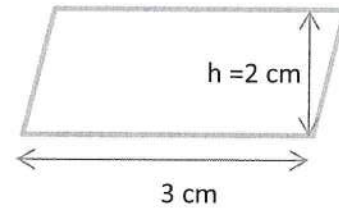
Ce sont les mesures des diagonales que l'on doit multiplier pour obtenir l'aire du losange. Il ne faut pas oublier de diviser le résultat par 2, car la surface qu'occupe le losange est la moitié de celle qu'occuperait un rectangle dont les mesures de la base et de la hauteur seraient les mêmes que celles des diagonales.

Aire du parallélogramme

$$A = b h$$

$$A = 3 \times 2$$

$$A = 6 \text{ cm}^2$$



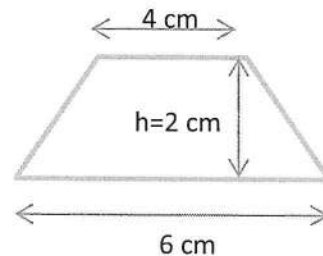
La hauteur d'un parallélogramme est un segment abaissé à partir d'un sommet, perpendiculairement à la base. Vous remarquerez que la formule de l'aire du parallélogramme est identique à celle de l'aire du rectangle.

Aire du trapèze

$$A = \frac{(B+b)h}{2}$$

$$A = \frac{(6+4)2}{2}$$

$$A = 15 \text{ cm}^2$$



La formule de l'aire du trapèze est un peu plus complexe, car on doit additionner les mesures des deux bases, multiplier le résultat par la mesure de la hauteur et enfin diviser le tout par 2.

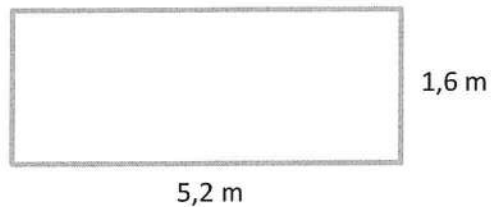
Mettons maintenant en pratique les formules que vous venez d'apprendre.

Exercice 52

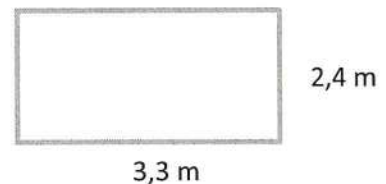
- a) Antoine veut faire plaisir à son frère. Il décide de peindre deux murs de sa chambre. Le premier mur mesure 2,5 m de hauteur sur 3 m de longueur. Le deuxième mur mesure 1,80 m de hauteur sur 5,3 m de longueur. Quel mur représente le plus grande surface à peindre ?

- b) Pour la Saint-Valentin, Esmeralda a reçu ses chocolats préférés dans une magnifique boîte en forme de losange. Sachant que les deux pièces de ruban qui forment les diagonales de ce losange mesurent 24 cm et 14 cm, déterminer l'aire du dessus de cette boîte.

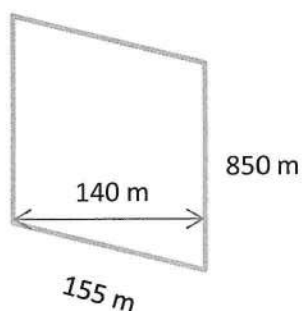
- c) Quelle aire de tapis faut-il pour recouvrir le plancher d'un vestibule dont les dimensions sont indiquées sur la figure ci-dessous ?



- d) Combien de tuiles carrées de 12 cm de côté faut-il pour recouvrir le plancher d'une salle de bain rectangulaire dont les dimensions sont données dans la figure ci-dessous ?



- e) La terre de monsieur Champagne a la forme d'un parallélogramme dont les dimensions sont indiquées sur la figure ci-dessous. Quelle est l'aire de la terre de monsieur Champagne ?



II.9-Le calcul de l'aire du triangle et du cercle

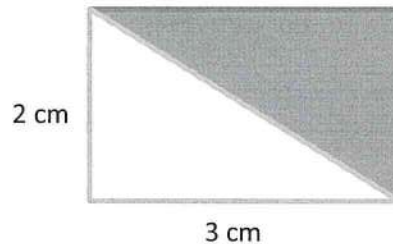
D'autres formules permettent de calculer l'aire d'un triangle et l'aire d'un cercle.

Aire du triangle

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

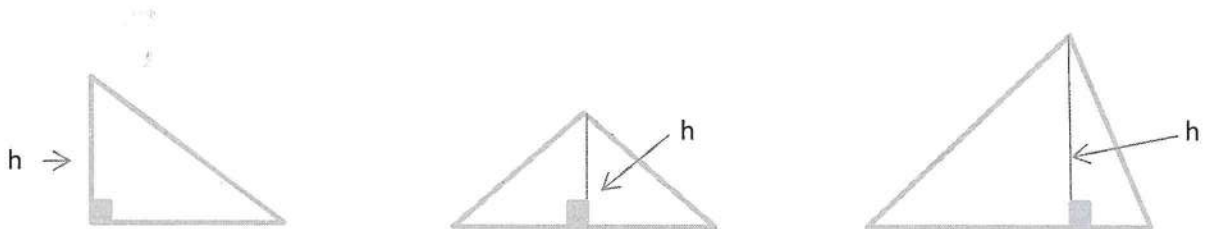
$$A = \frac{3 \times 2}{2}$$

$$A = 3 \text{ cm}^2$$



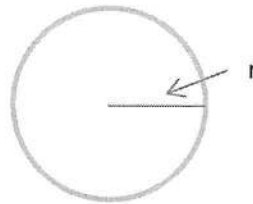
Dans la figure ci-dessus, le triangle occupe la **moitié** de la surface du rectangle. Cela explique pourquoi la formule de l'aire du triangle est le demi-produit de sa base par sa hauteur. La **hauteur** d'un triangle est un segment issu d'un de ses sommets et abaissé **perpendiculairement à sa base**. Dans le cas du triangle rectangle, la hauteur se confond avec l'un des côtés de l'angle droit.

Voici quelques exemples de hauteurs dans différents triangles :



Aire du cercle

$$A = \pi r^2$$



Pour calculer l'aire d'un cercle, on utilise uniquement la mesure de son rayon. Si l'on connaît la mesure du diamètre, on la divise par deux pour obtenir la mesure du rayon et calculer l'aire de ce cercle.

Exemple : Combien de plants de fleurs un paysagiste doit-il prévoir pour tapisser un espace triangulaire dont chaque côté mesure 2 m et la hauteur, 1,73 m, si chacun des plants exige 50 cm² ?

Solution

Il est plus pratique de convertir immédiatement les mesures du triangle en centimètres :

Base = 2 m = 200 cm, **hauteur** = 1,73 m = 173 cm.

$A = \frac{b \times h}{2}$ On insère les valeurs connues dans la formule de l'aire d'un triangle.

$A = \frac{200 \times 173}{2}$ On effectue les calculs.

A = 17 300 On obtient l'aire du triangle à recouvrir de fleurs.

17 300 ÷ 50 = 346 Il ne reste plus qu'à diviser l'aire du triangle par la surface qu'occupera chaque plant.

Le paysagiste devra prévoir **346** plants de fleurs pour couvrir son triangle.

Exemple : De quelle surface de toile Mme Alvarez aura-t-elle besoin pour recouvrir le dessus de sa piscine circulaire si celle-ci mesure 4,6 m de diamètre et 1,5 m de profondeur ?

Solution

La formule de l'aire du cercle est $A = \pi r^2$. La profondeur de la piscine ne nous est d'aucune utilité, et on doit diviser la mesure du diamètre par 2 pour connaître la mesure du rayon : $4,6 \div 2 = 2,3$.

$A = \pi r^2$ On insère la mesure du rayon dans la formule de l'aire du cercle.

$A = 3,14 \times 2,3^2$ On calcule le carré du rayon.

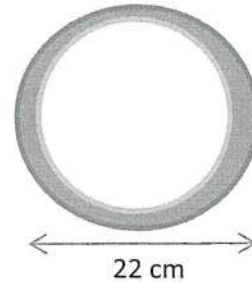
$A = 3,14 \times 5,29$ On effectue la multiplication.

$A = 16,6 \text{ m}^2$ On obtient le résultat.

L'aire de la toile doit mesurer **16,6 m²** si on arrondit au dixième près. Vous voilà prêt à résoudre les problèmes suivants.

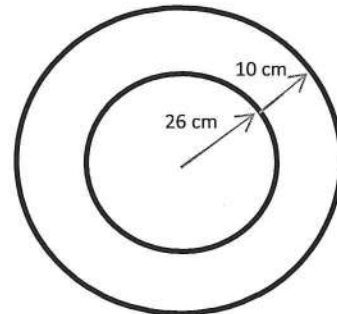
Exercice 53

- a) Voici ce que le Pirate Maboule aperçoit de son hublot. Quelle est l'aire de ce hublot ?



- b) Quelle est l'aire totale de 10 tables circulaires, si chaque table a un rayon de 1,5 m ?
- c) Bénédicte adore patiner et demande à son père de déneiger une patinoire de forme circulaire sur le lac. Quelle est l'aire de la surface déneigée si le père de Bénédicte a utilisé un rayon de 4 m ?
- d) Une petite pizza a un diamètre de 30 cm. Quelle est la superficie de la pizza à couvrir de sauce tomates.

- e) Quelle est l'AIRE de tissu nécessaire pour couvrir une table ronde de 26 cm de rayon en tenant compte que la nappe doit dépasser de 10 cm tout autour de la table?



- f) Quelle est l'AIRE de tissu nécessaire pour couvrir une table carrée de 1,2 m de côté en tenant compte que la nappe doit dépasser de 20 cm tout autour de la table.

